

de comptage sur lame <sup>(6)</sup> et par les changements de direction des particules de masses différentes dont les trajectoires se rencontrent avant l'obstacle <sup>(7)</sup>. L'interpénétration des trajectoires particulières diminue en effet le taux de captation surtout pour les corpuscules de faible inertie. Ceci explique pourquoi malgré l'augmentation de  $U_0$  (2,2 m/sec. à 3,8 m/sec.), il n'a pas été possible de constater une augmentation de  $N$  en accord avec les courbes de rendement de captation  $\gamma = \Phi(d)$ .

En résumé, notre travail montre que le fluide particulaire fictif <sup>(8)</sup>, dont l'équation de continuité s'écrit  $\text{div} \chi \vec{U} = 0$ , possède de nombreuses lignes de courant qui s'entrecroisent et créent ainsi des perturbations dans la captation des petites particules. Le phénomène est d'autant plus marqué que la vitesse  $\vec{U}$  est plus grande et que le diamètre  $d$  des corpuscules est plus faible. Aucune correction ne semble donc possible pour calculer  $N$  à partir des techniques d'impact sur lame et seule la méthode de Brun, Demon et Vasseur peut fournir un résultat approché correct.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Extension de la méthode de Küssner aux profils épais.* Note de MM. **JEAN-MARIE SOURIAU** et **JÉRÔME CHASTENET DE GÉRY**, présentée par M. Maurice Roy.

On connaît la méthode de Küssner <sup>(1)</sup>, complétée par Schwarz, qui permet d'étudier les modifications apportées à l'écoulement d'un fluide parfait et incompressible autour d'un profil plat, par de petites vibrations du profil.

Nous indiquons ici un procédé qui permet d'étendre la méthode précédente à un profil d'épaisseur quelconque autour duquel on connaît l'écoulement permanent.

L'écoulement plan et irrotationnel d'un fluide parfait et incompressible autour d'un profil du plan  $(x, y)$  est régi par l'équation de Laplace

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2},$$

$\varphi(x, y, t)$  étant le potentiel des vitesses.

<sup>(6)</sup> Signalons, entre autres, pour l'observation des lames d'huile les agglomérations de fines gouttelettes dues aux phénomènes de tensio-activité et pour l'observation sur lame vaselinée l'évaporation très rapide des gouttes inférieures à 5 $\mu$ .

<sup>(7)</sup> Les particules d'aérosol portent en général une charge de même signe et l'approche de deux d'entre elles, de masse différente, peut provoquer un changement des trajectoires qu'il y ait agglutination ou non.

<sup>(8)</sup> Ce fluide fictif est caractérisé en un point  $M$  par sa vitesse  $\vec{U}$  et sa masse spécifique  $\chi$ , ses lignes de courant sont confondues avec les trajectoires des corpuscules (*Rap. Techn.*, 15, G. R. A., 1945).

<sup>(1)</sup> *Oscillations d'ailes d'avions*, Luftfahrtforschung, 1929.

Appelons  $\varphi_0$  le potentiel des vitesses du régime permanent et  $\psi_0$  la fonction harmonique associée à  $\varphi_0$  et qui s'annule sur le profil.

Nous allons écrire les équations du mouvement et les conditions aux limites dans le cas général, en prenant comme variables de position les fonctions  $\varphi_0$  et  $\psi_0$  du mouvement permanent. Ceci revient à faire une application conforme de la région du plan  $(x, y)$  extérieure au profil, sur le plan  $(\varphi_0, \psi_0)$  privé d'un segment de l'axe des  $\varphi_0$ .

L'équation  $\Delta\varphi = 0$  devient alors

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varphi_0^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi_0^2} = 0.$$

Nous prendrons l'équation du profil en vibration sous la forme  $\psi_0 = F(\varphi_0, t)$ , la fonction  $F$  ayant deux déterminations distinctes pour les deux faces du profil.

La condition de glissement du fluide sur le profil s'écrit alors

$$\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial x}{\partial \psi_0} F'_t}{\frac{\partial x}{\partial \varphi_0} + \frac{\partial x}{\partial \psi_0} F'_{\varphi_0}} = \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial \psi_0} F'_t}{\frac{\partial y}{\partial \varphi_0} + \frac{\partial y}{\partial \psi_0} F'_{\varphi_0}}$$

ou encore en tenant compte des conditions de Cauchy

$$K^2 F'_t + \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_0} F'_{\varphi_0} - \frac{\partial \varphi}{\partial \psi_0} = 0,$$

en posant

$$K^2 = \left( \frac{\partial x}{\partial \varphi_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \varphi_0} \right)^2.$$

Pour chercher les mouvements voisins du mouvement permanent défini plus haut nous poserons

$$\varphi = \varphi_0 + \varepsilon \varphi_1(\varphi_0, \psi_0, t), \quad F = \varepsilon F_1(\varphi_0, t),$$

$\varepsilon$  étant une petite quantité dont nous négligerons le carré.

La condition de glissement devient alors

$$\varepsilon \frac{\partial \varphi_1}{\partial \psi_0}(\varphi_0, 0, t) = K^2(\varphi_0, 0) \cdot \varepsilon [F_1]'_t(\varphi_0, t) + \varepsilon [F_1]_{\varphi_0}'(\varphi_0, t),$$

tandis que l'on a encore dans le plan  $(\varphi_0, \psi_0)$   $\Delta\varphi_1 = 0$ .

On est donc ramené au problème de Küssner pour un fluide fictif du plan  $(\varphi_0, \psi_0)$  ayant un potentiel des vitesses  $\varphi_0 + \varepsilon \varphi_1$  harmonique, la composante normale  $\varepsilon(\partial\varphi_1/\partial\psi_0)$  de la vitesse sur les faces du profil (qui cette fois est plat) étant connue. La formule ci-dessus la donne en effet en fonction de la transformation conforme considérée et de la fonction  $\varepsilon F_1$  définissant les vibrations du profil.

La méthode de Küssner <sup>(1)</sup> permet alors de calculer  $\varepsilon\varphi_1$ .

La pression additionnelle sur le profil ayant pour expression

$$-\rho \left[ \varepsilon \frac{\partial \varphi_1}{\partial t}(\varphi_0, 0, t) + \varepsilon \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varphi_0}(\varphi_0, 0, t) \frac{1}{K^2(\varphi_0, 0)} - \varepsilon [F_1]_{\varphi_0} \frac{\partial K^2}{\partial \varphi_0} \right]$$

on obtiendra par intégration les efforts aérodynamiques sur le profil.

La méthode que nous venons d'exposer permet aussi d'étudier les écoulements permanents autour d'un profil quelconque voisin d'un profil connu (Joukowski, von Mises, etc.).

**AÉRODYNAMIQUE.** — *Sur l'onde de choc attachée lorsque la vitesse aval à la pointe de l'obstacle est subsonique.* Note (\*) de M. **HENRI CABANNES**, présentée par M. Joseph Pérès.

En faisant apparaître dans l'équation de l'onde de choc des termes non analytiques, on éclaire le rôle des nombres de Mach singuliers mis en évidence dans une Note précédente <sup>(1)</sup>.

Dans une Note précédente <sup>(1)</sup> (N), dont je garde les notations, j'ai envisagé l'onde de choc attachée pour un obstacle symétrique présentant en O une pointe d'angle  $2\psi$ . En prenant l'onde de choc sous la forme

$$(1) \quad x = y \cotg \bar{\beta} + a_{r+1} y^{r+1} + \dots,$$

$r$  étant l'ordre de la première dérivée de la courbure de l'obstacle, non nulle à la pointe et les lettres surlignées indiquant les valeurs au point O des quantités correspondantes, j'ai constaté que cette solution ne paraît satisfaisante (sens de la concavité initiale de l'onde de choc) que pour  $M > M_r(\psi)$ . Dans le cas de l'obstacle rectiligne,  $M_r(\psi)$  est remplacé par  $M^*(\psi)$ , nombre de Mach pour lequel la vitesse au sommet après le choc est exactement sonique.

Je vais montrer que l'on évite toute difficulté pour  $M < M_r$  (ou  $M < M^*$ ) en envisageant par une méthode différente des solutions où interviennent des exposants non entiers.

1. Nous considérons d'abord un obstacle terminé par un segment rectiligne OI. Les équations du mouvement sont les suivantes :

$$(2) \quad \rho q^2 \frac{\partial \theta}{\partial s} = - \frac{\partial p}{\partial n}, \quad \rho q^2 \frac{\partial \theta}{\partial n} = \left(1 - \frac{q^2}{a^2}\right) \frac{\partial p}{\partial s}.$$

La vitesse au point O est subsonique et nous nous plaçons au voisinage de ce point; nous supposons que, dans la région envisagée, les variations des

(\*) Séance du 15 mai 1950.

(1) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 923-925.