Les invariants de connexion d'ordre 1 peuvent s'exprimer en fonction des $g_{ik}$ et des $g_{\underset{+-}{ik};h}$; ceux d'ordre 2 peuvent s'exprimer en fonction des $g_{ik}$, des invariants d'ordre 1, et des dérivées covariantes secondes $g_{\underset{+-}{ik};h;j}$. Nous recherchons en ce moment les expressions explicites des invariants dénombrés ci-dessus.

*Cas particuliers.* — Ces invariants ont un rôle à jouer dans la détermination de la structure des espaces des théories unitaires ($n=4$). Par exemple, les $24\,\varphi_{ik,h}$ peuvent théoriquement s'exprimer comme des fonctions déterminées des $g_{ik}$, des $\gamma_{pq,j}$ et des invariants d'ordre 1 du tenseur fondamental.

— Si l'on pose $g_{\underset{+-}{ik};j}=0$, les coefficients de connexion $\Gamma^h_{ik}$ se trouvent exprimés en fonction des $g_{ik}$ et de leurs dérivées [3]. Par suite les 64 invariants de connexion d'ordre un peuvent s'exprimer en fonction des 24 invariants d'ordre un du tenseur fondamental.

— Si l'on impose au tenseur $\varphi_{ik}$ les conditions

$$(5)\qquad \varphi_{hi,k}+\varphi_{ik,h}+\varphi_{kh,i}=0;\qquad (\sqrt{\varphi}\,\varphi^{ik})_{,k}=0,$$

et si l'on exige que les deux invariants d'ordre zéro se réduisent à des constantes (champ électromagnétique), 12 seulement des 24 invariants d'ordre un du tenseur fondamental restent indépendants.

— Si l'on exige l'invariance par rapport aux $\lambda$-transformations d'Einstein [4], on ne dispose plus que de 60 composantes indépendantes pour la connexion. Le nombre des invariants de connexion indépendants d'ordre un diminue de 4 unités, celui des invariants de connexion d'ordre 2 de 16 unités.

(*) Séance du 27 mai 1957.

(1) *Trans. Amer. Math. Soc.*, 3, 1902, p. 71-91.

(2) *Bull. Cl. Sc., Acad. Roy. Belg.*, 42, 1956, p. 114-123; J. Géhéniau, *Les invariants de courbure des espaces riemanniens de la relativité* (*ibid.*, p. 252-255).

(3) M.-A. Tonnelat, *La théorie d'Einstein du champ unifié*, Gauthier-Villars, 1955.

(4) *Extension du groupe relativiste* (dans *Louis de Broglie, physicien et penseur*, Albin Michel, 1952, p. 337-343).

## RELATIVITÉ. — *Un schéma général pour la physique relativiste.*

Note (*) de M. **Jean-Marie Souriau**, présentée par M. Joseph Pérès.

On propose un schéma variationnel, conduisant en particulier à la théorie classique de la relativité générale, et susceptible de généralisations diverses.

Nous proposons les axiomes suivants :

1° L'univers est une variété riemanienne orientable à quatre dimensions, de type hyperbolique normal. Rapporté à des coordonnées locales ($x^i$), le tenseur métrique admet les composantes $g_{ij}$; on en déduit l'élément de volume

$$d\omega = \sqrt{\text{dét}(g_{ij})}\, dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4.$$

2° Chaque phénomène physique observable est défini par un certain nombre N de *variables d'état* $z^\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, N$), fonctions des $x^i$.

Il lui correspond une quantité scalaire (que nous appellerons *présence* du phénomène), qui est une fonction déterminée des $z^\alpha$, des $\partial_k z^\beta$ et des $g_{ij}$.

3° La loi de transformation des quantités $z^\alpha$ dans un changement de coordonnées arbitraires doit être telle que la présence soit invariante.

4° On désigne par $\varphi$ la présence totale (somme des présences des phénomènes concomitants); alors l'intégrale

$$\iiiint \varphi\, d\omega$$

est stationnaire dans toute variation des variables d'état et des $g_{ij}$.

Pour exploiter ce schéma, il faut préciser les variables d'état et la présence correspondant à chaque phénomène physique; nous donnerons deux exemples :

*a.* La *gravitation* est décrite par une *connexion symétrique*, repérée par les 40 variables d'état $\Gamma^i_{jk}$; la présence de la gravitation vaut

$$\frac{1}{4\pi k} g^{ij} R_{ij}$$

[$k$ = constante de Newton; R = tenseur de Ricci déduit de la connexion].

*b.* Un *milieu élastique* est par définition un phénomène décrit par *trois variables d'état invariantes* (¹), $z^1$, $z^2$, $z^3$.

Les axiomes proposés montrent que la présence est nécessairement de la forme $f(z^\alpha, \theta^{\beta\gamma})$, avec

$$\theta^{\beta\gamma} = g^{ij}\, \partial_i z^\beta\, \partial_j z^\gamma.$$

Le milieu est *homogène* si la fonction $f$ ne dépend pas des $z^\alpha$; c'est un *fluide parfait* si elle ne dépend des $\theta^{\beta\gamma}$ que par l'intermédiaire de leur déterminant.

Les équations aux variations correspondant à la superposition des deux phénomènes ci-dessus peuvent s'exploiter de la façon suivante :

A. Les équations correspondant aux $\delta\Gamma^i_{jk}$ peuvent s'écrire sous la forme $\nabla_i g^{jk} = 0$; elles indiquent donc que la connexion de gravitation est identique à la connexion riemannienne déduite des $g_{ij}$.

B. Les équations correspondant aux $\delta z^\alpha$ donnent effectivement les équations relativistes des milieux élastiques, y compris les relations contrainte-déformation. On retrouve comme cas particulier la théorie des fluides parfaits de Synge-Lichnerowicz.

C. Les équations correspondant aux $\delta g^{ij}$ fournissent l'équation d'Einstein

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R_{kl} g^{kl} - 4\pi k A_{ij} = 0,$$

les $A_{ij}$ étant les composantes du tenseur d'impulsion-énergie du milieu.

Nous nous proposons de déterminer ultérieurement les variables d'état et la présence correspondant à d'autres phénomènes, en particulier à l'électromagnétisme.

Signalons simplement qu'un phénomène n'ayant aucune variable d'état, et par conséquent une *présence constante*, conduit à la théorie de la relativité générale avec *constante cosmologique*.

(*) Séance du 27 mai 1957.

(1) On peut considérer qu'elles repèrent la molécule du milieu qui occupe le point d'univers $x^i$.

MAGNÉTISME. — *Propriétés aux hyperfréquences de quelques ferrites chromites de nickel-zinc.* Note (*) de MM. **Charles Guillaud**, **Roger Vautier** et **Wladimir Kagan**, transmise par M. Gaston Dupouy.

On a mesuré dans la bande X, à champ statique constant, la rotation $\theta$, l'affaiblissement $\alpha$ et l'ellipticité produits par des échantillons cylindriques. On montre que l'action du chrome permet d'obtenir des matériaux très intéressants du point de vue des applications pratiques.

Dans le cadre de l'étude des ferrites entreprise au Laboratoire du Magnétisme à Bellevue, nous avons cherché à améliorer les propriétés aux hyperfréquences de certains ferrites.

Les ferrites employés en hyperfréquences doivent produire une rotation de Faraday relativement importante avec une absorption de l'onde la plus faible possible. Entre autres procédés, on a remarqué que la substitution partielle d'oxyde de chrome à l'oxyde de fer dans des ferrites de nickel-zinc diminuait l'affaiblissement et le pouvoir rotatoire, l'action sur l'affaiblissement étant beaucoup plus accentuée que sur la rotation.

La composition d'un ferrite mixte de nickel-zinc peut être représentée par la formule moléculaire

$$X_1(Fe_2O_3) + X_2(NiO) + X_3(ZnO), \qquad \text{avec} \quad X_1 + X_2 + X_3 = 100.$$

Le remplacement équimoléculaire d'une partie de $Fe_2O_3$ par $Cr_2O_3$ se traduit par la formule

$$a(Fe_2O_3) + b(Cr_2O_3) + X_2(NiO) + X_3(ZnO) = 100,$$

où $a + b = X_1$, $b$ représente donc le pourcentage moléculaire de $Cr_2O_3$ par rapport à la totalité des composants.

Nous donnons ici les résultats correspondants aux valeurs

$$X_2 = 17 \quad \text{et} \quad X_2 = 18 \quad \text{avec} \quad X_1 = 49, \quad X_1 = 50, \quad X_1 = 51.$$

Dans chaque cas nous avons donné à $b$ les valeurs 0; 5; 10; 15; 20.