

(*) Séance du 22 juillet 1957.

(¹) N. BOURBAKI, *Éléments de Mathématiques* (I^{re} partie); livre VI (*Intégration*); chap. II (*Espaces de Riesz*), Paris, Hermann et C^{ie}, 1952. En particulier, nous renvoyons le lecteur à l'exercice 13 (p. 31-32) et à l'exercice 7 (p. 39).

RELATIVITÉ. — *Équations de Dirac en schéma relativiste général.*

Note (*) de M. JEAN-MARIE SOURIAU, transmise par M. Georges Darmois.

On propose, pour écrire les équations de Dirac, des variables tensorielles qui permettent l'extension de ces équations au cadre de la Relativité générale, sous une forme compatible avec les axiomes que nous avons proposés dans une Note antérieure (¹).

Considérons une solution des équations de Dirac de l'électron, telle que le vecteur courant électrique ne soit pas isotrope.

On peut choisir, en chaque point de l'espace-temps, une base canonique des spineurs telle que la fonction d'onde ψ ait une représentation de la forme

$$\begin{bmatrix} z \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Nous prendrons, comme variables d'état de l'électron, la base de Lorentz canoniquement associée à cette base des spineurs, soit

$$S = [S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4]$$

et le nombre complexe $z^2 = \rho e^{i\varphi}$.

La donnée de S et de z détermine ψ à un facteur ± 1 près; celle de ψ détermine complètement S et z .

Les nombres $\rho \cos \varphi$ et $\rho \sin \varphi$ sont les deux invariants classiques; ρS_1 est le vecteur courant électrique, ρS_2 le vecteur densité de spin; les vecteurs d'espace (unitaires et orthogonaux) ρS_3 et ρS_4 subissent une rotation plane d'angle α si l'on multiplie ψ par $e^{i\alpha}$.

Désignons par M le point générique de l'espace; considérons le tenseur de composantes $\omega_{ijk} = \overline{\partial_i M} \cdot \partial_j S \cdot S^{-1} \cdot \partial_k M$ (il est antisymétrique en i et k parce que $\overline{S} \cdot S$ est constant) et introduisons le vecteur V associé (après orientation de l'espace-temps) à sa composante complètement antisymétrique.

Le lagrangien classique des équations de Dirac prend alors la forme

$$\rho \left[m \cos \varphi + h \frac{\partial \varphi}{\partial M} S_2 + k \overline{V} \cdot S_2 + e \overline{A} \cdot S_1 \right]$$

(m , h , k , e sont des constantes déterminées; A est le potentiel-vecteur de l'éventuel champ électrique).

On en déduit aisément, compte tenu des liaisons, les huit équations tensorielles équivalentes aux équations de Dirac; elles peuvent d'ailleurs être résolues par rapport à V et $\text{div}(\rho S)$.

Le terme $k\rho \bar{V} \cdot S_2$ est égal, à un facteur constant près, à

$$\rho \{ \bar{S}_1[S_3, S_4] + \bar{S}_3[S_4, S_1] + \bar{S}_4[S_1, S_3] \},$$

$[S_j, S_k]$ désignant le *crochet de Lie* des vecteurs S_j, S_k ; ce terme est donc, en coordonnées quelconques, une fonction invariante des variables d'état, de leurs dérivées et des g_{ij} (mais non des dérivées des g_{ij}). Il en est de même, visiblement, des autres termes du lagrangien (y compris des termes supplémentaires qui correspondent aux liaisons entre les vecteurs S_j).

Par suite, ce lagrangien peut se transporter tel quel en Relativité générale, conformément aux axiomes que nous avons proposés dans une Note antérieure ⁽¹⁾; il représente alors la « *présence* » de l'électron.

(*) Séance du 22 juillet 1957.

(1) J. M. SOURIAU, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2779.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Diagrammes de traction du cuivre par charge continûment croissante*. Note (*) de MM. **GEORGES BALASSE** et **RICHARD GASPARD**, transmise par M. Émile Henriot.

Nous avons pratiqué des expériences de traction sur des fils d'un matériau, tel le cuivre, présentant des phénomènes importants de fluage. Nos expériences ont montré que les courbes force-allongement dépendent moins sensiblement de la vitesse de charge si, contrairement aux modalités habituelles d'expériences qui opèrent par accroissements finis de charge, on procède par accroissement continu de charge.

Le fil de cuivre utilisé a un diamètre de 0,10 mm. Les divers tronçons extraits d'une même bobine avaient une longueur de 200 mm. Les allongements du fil se traduisaient par des variations en position d'un spot, dont l'enregistrement photographique continu réalisait un diagramme de traction. Les variations d'ordonnées lues sur les diagrammes valaient 15,6 fois les variations de longueur du fil. Par l'utilisation d'une balance de précision on compensait le poids de la nacelle devant contenir la charge.

Il fut pratiqué deux types d'expériences :

1° *Des expériences D.* — Les charges furent réalisées conformément aux conditions d'expérience habituellement adoptées, par l'apport d'accroissements finis de charge, à intervalles de temps égaux; dans le cas actuel, ces accroissements étaient le poids de 25 ml d'huile, soit 22,05 g, admis par écoulement, au niveau du fond de la nacelle. Entre deux accroissements successifs de charge on laissait s'écouler, pour un même dia-