5° L'énergie superficielle fournie par la veine est proportionnelle à sa fréquence aréolaire, à la valeur du grain et au temps.

6° La fréquence aréolaire de la veine est égale au nombre qui mesure les deux tiers de son débit en choisissant comme unité le volume de la sphère dont la surface est d'une aréa (aréa captive).

7° Le débit d'air entraîné à la pression atmosphérique est proportionnel à la fréquence des aréas captives et au volume de la sphère dont la surface est d'une aréa.

8° Le rapport de la puissance superficielle de la veine à sa puissance cinétique vaut deux fois le rapport de l'accélération de la pesanteur au produit de la vitesse linéaire de la veine par sa fréquence aréolaire.

9° Le rapport du débit d'air entraîné sans frottement au débit d'eau entraînante tend vers 2/3 quand le débit d'eau augmente.

(*) Séance du 23 juin 1958.

(1) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 3008.

RELATIVITÉ. — *La seconde invariance en Relativité variationnelle.*

Note (*) de M. **Jean-Marie Souriau**, présentée par M. Joseph Pérès.

De la notion géométrique de « seconde invariance », ici définie, et qui s'applique aux champs de repères dans le cadre de la Relativité variationnelle, on déduit des équations de champ à trois ou sept constantes universelles; étude de grandeurs associées.

Les équations de Dirac en l'absence de champ extérieur possèdent deux sortes d'invariance : d'une part l'invariance classique dans les transformations de Lorentz; d'autre part l'invariance par un groupe à quatre paramètres de transformations des variables de champ seules; ce dernier résultat se déduit [Takabayasi ([7])] de la formulation de ces équations au moyen de tétrapodes [*voir* notamment ([1]) et ([3])].

On peut trouver d'autres équations de champ possédant des groupes d'invariance analogues, en particulier celles d'Heisenberg et de Gordon.

Il peut donc paraître naturel de rechercher *a priori* des équations possédant, le plus possible, de telles propriétés d'invariance; on peut le faire, dans le cadre de la Relativité variationnelle ([2]), ([4]), ([5]), sous une forme très générale qui est la suivante.

On sait comment associer à tout espace fibré muni d'un repéreur R un espace fibré principal dont les éléments sont les repères et dont la fibre-type est le groupe structural Γ du précédent [*voir* ([5]) p. 10]; on peut le munir canoniquement d'un repéreur S défini par

$$\mathrm{S(F)\,(X)\,(A)} = [\mathrm{R(F)\,(X)}].\mathrm{A}, \tag{1}$$

où F désigne une carte, A un élément de Γ.

Si un phénomène physique est un champ de repères, sa *présence* est de la forme

$$p = f(\mathrm{A},\ \partial_j \mathrm{A},\ g_{rs}) \tag{2}$$

et invarariante par changement de carte.

Nous dirons que le phénomène présente la *seconde invariance* si cette quantité est invariante aussi dans les substitutions

$$\mathrm{A} \to \mathrm{A}.\mathrm{A}_0,$$

où A_0 est un élément fixe arbitraire de Γ.

Dans ce cas, de tout champ de repères solution des équations, la multiplication par A_0 permettra d'en déduire un autre.

D'un point de vue physique, il sera satisfaisant d'introduire des quantités possédant aussi la seconde invariance; ce sera le cas, notamment, pour le tenseur impulsion-énergie qui, en Relativité variationnelle, se dérive canoniquement de la présence [(5), p. 20].

Exemple. — Si le repère est une *base* de l'espace vectoriel tangent, A est une matrice carrée régulière d'ordre 4; définissons le tenseur α^j_{kl} par

$$\alpha^j_{kl} = {}^j[\mathrm{A}.\partial_k \mathrm{A}^{-1}]_l - {}^j[\mathrm{A}.\partial_l \mathrm{A}^{-1}]_k. \tag{3}$$

On peut alors exprimer les deux invariances en mettant la présence sous la forme

$$p = f(\alpha^j_{kl},\ g_{rs}), \tag{4}$$

la fonction f ayant l'invariance tensorielle.

vol désignant la jauge euclidienne [(5), p. 4], on tire de (4) une relation

$$\delta[p\ \mathrm{vol}] = \left[\beta^{kl}_j\, \delta\alpha^j_{kl} + \frac{1}{2}\mathrm{E}^{rs}\,\delta g_{rs}\right]\mathrm{vol}, \qquad \text{avec}\quad \beta^{kl}_j + \beta^{lk}_j = 0, \qquad \mathrm{E}^{rs} = \mathrm{E}^{sr}; \tag{5}$$

on en déduit immédiatement les équations aux variations, qui ont pour conséquence les identités

$$\nabla_r \mathrm{E}^{rs} = 0, \qquad \nabla_k \mathrm{J}^k = 0 \qquad (\text{avec } \mathrm{J}^k = \beta^{jk}_j). \tag{6}$$

E^{rs} est le tenseur d'impulsion-énergie; le vecteur J^k peut s'interpréter comme un courant; il est d'ailleurs identiquement nul si la présence est invariante dans les substitutions $\mathrm{A} \to u\mathrm{A}$, u étant une fonction scalaire arbitraire.

En faisant un développement de p par rapport aux α^j_{kl}, limité au second ordre, on trouve (8), compte tenu de l'invariance, la formule

$$\begin{aligned} p = {} & \mathrm{L}\alpha^j_{jl}\alpha^{j'}_{j'l'}g^{ll'} + \mathrm{M}\alpha^j_{kl}\alpha^{j'}_{k'l'}g_{jj'}g^{kk'}g^{ll'} + \mathrm{N}\alpha^j_{j'l}\alpha^{j'}_{jl'}g^{ll'} \\ & + \mathrm{X}\alpha^j_{kl}\alpha^{j'}_{k'l'}g_{jj'}\mathrm{vol}^{klk'l'} + \mathrm{Y}\alpha^j_{jl}\alpha^{j'}_{k'l'}g_{j'm}\mathrm{vol}^{lk'l'm} \\ & + \mathrm{Z}\alpha^j_{kl}\alpha^{j'}_{jl'}g_{j'm}\mathrm{vol}^{kll'm} + \mathrm{T}\alpha^j_{kl}\alpha^{j'}_{k'l'}g_{jr}g_{j'r'}g^{kk'}\mathrm{vol}^{ll'rr'} \\ & + \ldots, \end{aligned} \tag{7}$$

L, M, N, X, Y, Z, T désignent sept constantes universelles; les quatre dernières sont d'ailleurs nulles si la variété Univers n'est pas orientée [([5]), p. 18].

L'absence de termes du premier degré a la conséquence suivante : tous les repères « naturels » (pour lesquels $\alpha^j_{kl}=0$) sont solutions de l'équation du champ; on a alors $E^{rs}=0$, $J^k=0$. Ces solutions étant identifiées au « vide », il semble raisonnable d'utiliser le développement (7), en se bornant aux termes écrits, comme expression de la présence. Les équations en dérivent immédiatement.

(*) Séance du 16 juin 1958.

([1]) P. G. BERGMANN, *Fünfzig Jahre Relativitätstheorie*, p. 79; *Helv. Phys. Acta*, suppl. IV, 1956.

([2]) J. M. SOURIAU, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2779.

([3]) J. M. SOURIAU, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 496.

([4]) J. M. SOURIAU, *Comptes rendus*, 245, 1957, p, 958.

([5]) J. M. SOURIAU, *La Relativité variationnelle* (Publ. n° 1, Lab. de Math. de l'Institut des Hautes Études de Tunis, ronéotypé, 1958).

([6]) T. TAKABAYASI, *Nuovo Cimento*, vol. 3, n° 2, 1956.

([7]) T. TAKABAYASI, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 64.

([8]) En négligeant une constante additive qui peut être incorporée à la constante cosmologique [([5]), p. 26].

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Premières observations avec le polarimètre solaire.*

Note de M. **AUDOUIN DOLLFUS**, présentée par M. André Danjon.

Près du bord solaire la photosphère montre une proportion de lumière polarisée presque nulle, légèrement variable d'une région à l'autre. Les taches montrent une polarisation de plusieurs dix-millièmes. Des polarisations insolites passagères se manifestent dans les centres actifs. La couronne solaire s'observe au bord du disque grâce à la polarisation produite par ses électrons libres.

Description du polarimètre solaire. — J'ai décrit dans une Note précédente l'instrument qui me permet de déceler photoélectriquement une faible composante de lumière polarisée noyée dans un flux de lumière naturelle jusqu'à 100 000 fois plus intense ([1]). Pour utiliser ce polarimètre à l'étude du Soleil, il convient de l'éclairer avec une optique dont la polarisation propre soit très réduite, et parfaitement constante quels que soient l'azimut et la distance au centre du Soleil : 1° L'objectif de 10 cm de diamètre possède une distance focale de 4 m, afin que les faisceaux les plus inclinés ne produisent pas de polarisation plus forte que 4.10^{-5}; 2° Le crown et le flint sont collés avec du baume du Canada pour éliminer l'image parasite partiellement polarisée produite par la lumière deux fois réfléchie sur les faces en regard; 3° L'observation est toujours effectuée sur l'axe optique. Un petit orifice, sous-tendant au choix de 10″ à 30″ sur le Soleil,