

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie algébrique des mésons et baryons.*
 Note (*) de M. JEAN-MARIE SOURIAU, présentée par M. Joseph Pérès.

On propose un isoespace à sept dimensions, dont le méson est un vecteur et le baryon un spineur; on en déduit un groupe à 21 paramètres qui conserve les interactions fortes; des lagrangiens sont proposés pour les interactions fortes et électromagnétiques.

1. Les interactions fortes sont soumises à un certain nombre de règles empiriques (conservation de la charge électrique, de l'étrangeté, du spin isotopique) qui permettent en particulier de dresser le tableau de toutes les réactions du type baryon + antibaryon $\rightleftharpoons$ méson :

(1)

	$\bar{p}$	$\bar{n}$	$\bar{\Lambda}$	$\bar{\Sigma}^+$	$\bar{\Sigma}^0$	$\bar{\Sigma}^-$	$\bar{\Xi}^0$	$\bar{\Xi}^-$
$p \dots$	Π^0	$\sqrt{2}\Pi^+$	K^+	$-\sqrt{2}K^0$	$-K^+$	o	o	o
$n \dots$	$\sqrt{2}\Pi^-$	$-\Pi^0$	K^0	o	K^0	$-\sqrt{2}K^+$	o	o
$\Lambda \dots$	K^-	$\bar{K}^0$	o	Π^-	Π^0	Π^+	K^0	K^+
$\Sigma^+ \dots$	$-\sqrt{2}\bar{K}^0$	o	Π^+	$-\Pi^0$	Π^+	o	$\sqrt{2}K^+$	o
$\Sigma^0 \dots$	$-K^-$	$\bar{K}^0$	Π^0	Π^-	o	$-\Pi^+$	$-K^0$	K^+
$\Sigma^- \dots$	o	$-\sqrt{2}K^-$	Π^-	o	$-\Pi^-$	Π^0	o	$\sqrt{2}K^0$
$\Xi^0 \dots$	o	o	$\bar{K}^0$	$\sqrt{2}K^-$	$-\bar{K}^0$	o	Π^0	$-\sqrt{2}\Pi^+$
$\Xi^- \dots$	o	o	K^-	o	K^-	$\sqrt{2}\bar{K}^0$	$-\sqrt{2}\Pi^-$	$-\Pi^0$

Si l'on remplace les symboles des mésons par les fonctions d'ondes correspondantes (Π^0 est réel et les couples Π^+ , Π^- ; K^+ , K^- ; K^0 , $\bar{K}^0$ imaginaires conjugués), le tableau Γ ci-dessus devient une matrice hermitienne qui vérifie (compte tenu des facteurs ± 1 , $\pm \sqrt{2}$ que nous y avons introduits) l'identité remarquable

$$(2) \quad \Gamma^2 \equiv |\Pi^0|^2 + |\Pi^+|^2 + |\Pi^-|^2 + |K^+|^2 + |K^-|^2 + |K^0|^2 + |\bar{K}^0|^2;$$

nous en proposons l'interprétation géométrique suivante :

(3) Les baryons d'une part, les mésons de l'autre, constituent des bases orthogonales pour deux espaces euclidiens B_8 , M_7 ; les éléments de B_8 sont les spineurs de M_7 ; les interactions fortes sont invariantes par le groupe de Clifford ⁽¹⁾ correspondant.

Cette hypothèse contient les règles de sélections citées plus haut, ainsi que la propriété dite « symétrie globale » (qui ne concerne que les interactions pions-baryons). Le groupe de Clifford indiqué a 21 paramètres; il contient (comme sous-groupes) le groupe des transformations de jauge électromagnétiques et divers groupes de « spin isotopique » proposés antérieurement ⁽²⁾, ⁽³⁾, ⁽⁴⁾.

2. Algébriquement, on sait que les spineurs d'un espace euclidien M

de dimension impaire $2r + 1$ forment un espace B de dimension 2^r ; que les opérateurs de Dirac Γ_j liés à une base orthonormale réelle de M (les mésons forment une base complexe de M_r) vérifient les relations

$$(4) \quad \Gamma_j \Gamma_k + \Gamma_k \Gamma_j = -2\delta_{jk};$$

et que le groupe de Clifford est engendré par les transformations infinitésimales

$$(5) \quad R = \frac{1}{4} R^{jk} [\Gamma_j, \Gamma_k]$$

qui opèrent sur les éléments Φ de M et Ψ de B suivant les formules

$$(6) \quad \delta_R(\Gamma_j \Phi) = [R, \Gamma_j \Phi]; \quad \delta_R \Psi = R \Psi.$$

Le cas particulier $r = 3$ considéré ici possède une propriété remarquable : grâce à l'algorithme des « octaves de Cayley », on peut réaliser les relations (4) au moyen de matrices antihermitiennes réelles.

3. Pour tenir compte de la structure spatiotemporelle des particules, on prendra les fonctions d'onde Φ des mésons et Ψ des baryons dans les produits tensoriels $M \otimes P$ et $B \otimes D$, P et D désignant les espaces des pseudo-scalaires et des spineurs de Dirac; ainsi les baryons sont fermions et isofermions, les mésons sont bosons et isobosons. Pour construire un formalisme lagrangien, on prendra un terme cinématique

$$(7) \quad \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \bar{\partial}_\mu \Phi \partial_\nu \Phi$$

et un terme d'interactions fortes

$$(8) \quad g \bar{\Psi} \gamma^5 \Gamma_j \Phi \Psi,$$

où g désigne une constante de couplage universelle; on obtient l'expression détaillée de (8) grâce au tableau (1) :

$$(9) \quad ig \left[\begin{array}{l} \bar{p} \gamma^5 p \Pi^0 + \sqrt{2} \bar{p} \gamma^5 n \Pi^+ + \bar{p} \gamma^5 \Lambda K^+ + \dots \\ + \bar{n} \gamma^5 p \Pi^- + \dots \\ + \dots \end{array} \right]$$

on retrouve une expression proposée par Umezawa et Visconti ⁽⁵⁾, qui est à l'origine de la présente théorie.

Il est clair que ces expressions (7) et (8) sont invariantes par le groupe de Clifford, par le groupe de Lorentz (y compris les symétries d'espace), par la conjugaison complexe (conjugaison de particules) et par la substitution

$$(10) \quad \Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi, \quad \Phi \rightarrow \Phi$$

qui assure la conservation du nombre baryonique.

On traitera les interactions électromagnétiques en faisant, dans le terme

cinématique (7) la substitution

$$(11) \quad \partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + e A_\mu \delta_Q$$

Q désignant l'opérateur qui engendre le groupe de jauge électromagnétique (sous-groupe du groupe de Clifford).

(*) Séance du 4 avril 1960.

(¹) C. CHEVALLEY, *The algebraic theory of spinors*, Columbia University Press, p. 49.

(²) M. GELL-MANN, *Phys. Rev.*, 92, 1953, p. 833.

(³) K. NISHIJIMA, *Prog. Theor. Phys.*, 13, 1955, p. 285.

(⁴) B. D'ESPAGNAT, J. PRENTKI et A. SALAM, *Nucl. Phys.*, 5, 1958, p. 447.

(⁵) H. UMEZAWA et A. VISCONTI, *Nucl. Phys.* (sous presse).

(Laboratoire de Relativité, Faculté des Sciences de Marseille.)