



FAUT-IL PRENDRE AU SERIEUX LA CONSTANTE COSMOLOGIQUE ?

J.M. SOURIAU *

Une constante cosmologique Λ égale à 10^{-56} cm^{-2} semble jouer un rôle explicatif dans divers problèmes :

- Le diagramme de Hubble et l'évolution des quasars
- La dynamique des amas de galaxies, et particulièrement de l'amas local
- La stabilité des modèles d'univers et la formation des amas.

AVRIL 1976

76/P.826

* Université de Provence, Marseille et Centre de Physique Théorique, CNRS, Marseille

Adresse postale : Centre de Physique Théorique - CNRS
31, chemin Joseph Aiguier
F - 13274 MARSEILLE CEDEX 2 (France)

§ 1 MODELES COSMOLOGIQUES COMPATIBLES AVEC LE RAYONNEMENT A 2.7°K.

(Les résultats énoncés ici sont établis dans la référence VIII).

Le rayonnement cosmologique que nous observons est pratiquement isotrope, et sa composition spectrale ne diffère pas sensiblement de celle d'un corps noir.

Si ces faits ne sont pas particuliers à la Terre, il existe en chaque point x de l'espace-temps un quadrivecteur unitaire U , et une température absolue T , tels que :

- (1.1) { -Le rayonnement cosmologique en x est isotrope pour un observateur de quadrivitesse U ; sa composition est celle du corps noir à la température T ;
- (1.2) { -s'il existe de la matière en x , sa quadrivitesse coïncide pratiquement avec U .

La loi de Planck nous permet de calculer, en tout point x , le tenseur d'énergie du rayonnement

$$(1.3) \quad T_{\mu\nu} = \frac{\pi^2 k^4}{45 \hbar^3} [4U_\mu U_\nu - g_{\mu\nu}] T^4$$

et son quadrivecteur flux d'entropie

$$(1.4) \quad S_\mu = \frac{4\pi^2 k^4}{45 \hbar^3} U_\mu T^3 ;$$

k et $2\pi\hbar$ sont respectivement la constante de Boltzmann et la constante de Planck:

$$(1.5) \quad k = 1.53615 \times 10^{-37} \text{ g deg}^{-1}$$

$$(1.6) \quad \hbar = 3.51774 \times 10^{-38} \text{ g cm}$$

on notera que nous avons fait $c=1$, en identifiant les unités de temps à des unités de longueur; voici celles qui nous seront utiles:

$$(1.7) \quad s \text{ (seconde)} = 2.99792459 \times 10^{10} \text{ cm}$$

$$(1.8) \quad y \text{ (année)} = ly \text{ (année-lumière)} = 9.46052834 \times 10^{17} \text{ cm}$$

$$(1.9) \quad pc \text{ (parsec)} = 3.085678 \times 10^{18} \text{ cm}$$

Comment l'existence de ce rayonnement est-elle compatible avec le redshift des objets éloignés - supposé de nature cosmologique, c'est-à-dire entièrement explicable par l'effet Doppler-Einstein? L'application de la loi de Wien permet de montrer que cette compatibilité exige que

$$(1.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{- Un rayonnement émis en } x_1, \text{ reçu en } x_2 \text{ (sur des objets vérifiant (1.2)) arrive} \\ \text{avec le redshift } z \text{ tel que} \\ 1+z = T_1 / T_2 ; \end{array} \right.$$

$$(1.11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{- la métrique d'univers admet un groupe à un paramètre } G \text{ de transformations con-} \\ \text{formes dont le générateur infinitésimal est le vecteur} \\ \odot = U / kT \end{array} \right.$$

Cette condition géométrique (1.11) a une conséquence physique : le tenseur $T_{\mu\nu}$ (1.3) et le vecteur S_μ (1.4) ont chacun une divergence riemannienne nulle; ce qui signifie que le rayonnement n'échange avec la matière ni énergie, ni impulsion, ni entropie, comme s'il s'agissait d'un équilibre thermodynamique (mais s'il s'agissait d'un véritable équilibre, il n'y aurait pas d'expansion, G serait un groupe d'isométries).

On sait pourtant que le rayonnement cosmologique interagit avec la matière à l'intérieur de la Galaxie, notamment en excitant des raies d'émission de molécules organiques. L'interprétation la plus simple de la conservation de $T_{\mu\nu}$ et S_μ est que l'univers est vide presque partout, c'est-à-dire entre les galaxies; effectivement, on n'observe pas de matière intergalactique, sauf dans les amas les plus denses.

- Soit V_3 la variété quotient de l'espace-temps par l'action de G; les orbites de G sont les lignes d'univers de la matière (1.2), donc des géodésiques: il en résulte que l'on peut donner à V_3 une métrique riemannienne positive $d\sigma^2$, et choisir une coordonnée temporelle τ de sorte que la métrique d'univers soit

$$(1.12) \quad ds^2 = \theta(\tau)^2 [d\tau^2 - d\sigma^2]$$

θ désignant la température réciproque

$$(1.13) \quad \theta = 1 / kT$$

c'est-à-dire la longueur du vecteur $\otimes$ (1.11).

Introduisons maintenant l'équation de champ d'Einstein

$$(1.14) \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu};$$

Λ désigne la constante cosmologique que nous nous proposons d'étudier; G est la constante de Newton

$$(1.15) \quad G = 7.421 \cdot 10^{-29} \text{ g}^{-1} \text{ cm}$$

Presque partout dans l'univers, la seule contrainte non négligeable est la pression de radiation cosmologique; nous connaissons donc 6 des 10 composantes du tenseur d'énergie global $T_{\mu\nu}$, source du champ de gravitation. Ceci suffit à intégrer le système (1.12), (1.14), et conduit aux résultats suivants :

- La variété V_3 est une variété à courbure constante K; les composantes g_{jk} de sa métrique tridimensionnelle $d\sigma^2$ vérifient l'équation de Riemann

$$(1.16) \quad R_{jk,lm} = K [g_{jm} g_{kl} - g_{jl} g_{km}]$$

elle possède (localement) un groupe transitif d'isométries, lui donnant la géométrie de Riemann, d'Euclide ou de Lobatchevski (suivant la valeur de K).

- le tenseur d'énergie total est la somme du tenseur d'énergie du rayonnement (1.3) et de celui d'une poussière, de quadrivitesse U, de densité

$$(1.17) \quad \rho = \frac{3B}{4\pi G\theta^3}$$

B étant une constante à déterminer;

- la fonction $\theta(\tau)$ (1.12) qui détermine la métrique vérifie l'équation différentielle

$$(1.18) \quad \left[\frac{d\theta}{d\tau} \right]^2 = A + 2B\theta - K\theta^2 + \frac{\Lambda}{3} \theta^4$$

où l'on a posé

$$(1.19) \quad A = \frac{8\pi^3 G}{45 h^3} = 9.397 \cdot 10^{84} \text{ g}^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

La formule (1.12) montre que la variable

$$(1.20) \quad t = \int \theta(\tau) d\tau$$

est un temps universel; l'équation (1.18) montre que t est donné par l'intégrale elliptique

$$(1.21) \quad t = \int \frac{\theta d\theta}{\sqrt{A + 2B\theta - K\theta^2 + \frac{\Lambda}{3} \theta^4}}$$

dont le calcul numérique fournit l'évolution du modèle; la métrique (1.12) peut s'écrire

$$(1.22) \quad ds^2 = dt^2 - \theta^2 d\sigma^2$$

qui est donc du type Robertson-Walker. Les hypothèses que nous avons énoncé explicitement impliquent donc l'homogénéité et l'isotropie spatiales, ainsi que l'absence de tourbillon dans la matière.

On retrouve le modèle de Friedmann en faisant $A=0$ (c'est-à-dire en négligeant le rayonnement cosmologique comme source du champ); dans les hypothétiques périodes chaudes de l'univers (θ petit), on peut négliger dans (1.21) B, K, Λ devant A : on obtient ainsi le modèle de Gamow-Sandage.

Modèles newtoniens.

On peut retrouver le modèle de Friedmann sans utiliser la théorie de la relativité. Supposons l'espace euclidien à trois dimension (repéré par une variable $\vec{r}$) rempli d'une poussière de densité ρ , en expansion uniforme:

$$(1.23) \quad \vec{v} = H(t) \vec{r} \quad (H = \text{paramètre de Hubble})$$

l'équation de continuité (conservation de la masse) s'écrit

$$(1.24) \quad \frac{d\rho}{dt} + 3 H \rho = 0;$$

l'accélération de la poussière est

$$(1.25) \quad \vec{g} = \left[\frac{dH}{dt} + H^2 \right] \vec{r};$$

en écrivant l'équation de Poisson

$$(1.26) \quad \text{div } \vec{g} = -4\pi G \rho + \Lambda$$

dans laquelle nous avons inclus la constante cosmologique Λ , on obtient une équation différentielle pour ρ (tirer H de (1.24), $\vec{g}$ de (1.25) et porter dans (1.26):

$$(1.27) \quad -\frac{\rho''}{\rho} + \frac{4}{3} \frac{\rho'^2}{\rho^2} = -4\pi G \rho + \Lambda \quad (', '' : \text{dérivations temporelles}).$$

Si on choisit une constante B et si on fait le changement de fonction inconnue

$$(1.28) \quad \rho = \frac{3B}{4\pi G \theta^3}$$

suggéré par (1.17), cette équation se simplifie en

$$(1.29) \quad \theta = \frac{\Lambda}{3} \theta - \frac{B}{\theta^2} - \theta'' ;$$

notons (grâce à (1.24)) que

$$(1.30) \quad H = \frac{\theta'}{\theta}$$

L'équation (1.29) possède le facteur intégrant $2\theta'$; d'où l'intégrale première

$$(1.31) \quad K = \frac{\Lambda}{3} \theta^2 + \frac{2B}{\theta} - \theta'^2$$

qui fournit exactement la loi d'évolution (1.21), avec $\Lambda = 0$.

Cette remarque est utile pour l'interprétation des équations: elle montre en particulier que la "courbure spatiale" K est une intégrale première, donc qu'elle dépend des conditions initiales, c'est-à-dire de la cosmogonie adoptée; ce qui l'oppose nettement aux constantes universelles comme A, G, Λ .

Dimensionnement du modèle.

Le problème est maintenant de voir s'il existe un choix de A, B, K, Λ qui représente convenablement les faits observés. Une relation fondamentale pour cette étude est

$$1.32) \quad H^2 - \frac{A}{\theta^4} - \frac{8\pi G}{3} \rho = -\frac{K}{\theta^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

où H est le paramètre de Hubble:

$$1.33) \quad H = \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

dont l'interprétation classique est donnée par la formule (1.23) (rapport de la vitesse de fuite à la distance); sa valeur actuelle la plus communément admise est

$$1.34) \quad H_0 = 55 \frac{\text{km}}{\text{s}} \text{ Mpc}^{-1} \sim 6 \times 10^{-29} \text{ cm}^{-1} \sim 5.6 \times 10^{-11} \text{ y}^{-1}$$

avec une précision problématique. T_0 est estimé à 2.75 °K, d'où (1.13, 1.5)

$$1.35) \quad \theta_0 = 1/kT_0 = 2.37 \times 10^{36} \text{ g}^{-1}$$

et (1.19)

$$1.36) \quad \frac{A}{\theta_0^4} = 3.0 \times 10^{-61} \text{ cm}^{-2}$$

ce nombre devant être augmenté si l'on veut tenir compte des neutrinos thermiques éventuels.

On estime la densité de matière ρ_0 en pesant les galaxies ; le résultat dépend de l'échelle choisie pour l'univers, c'est-à-dire de H_0 ; choisissons une évaluation moyenne de la grandeur la moins incertaine

$$(1.37) \quad \frac{8\pi G \rho_0}{3 H_0^3} \sim 4 \times 10^{26} \text{ cm}^{-3}$$

La formule (1.32) met en évidence des quantités sans dimension

$$(1.38) \quad \alpha_0 = \frac{\Lambda}{\theta_0^4 H_0^2} \sim 10^{-4}$$

$$(1.39) \quad \Omega_0 \text{ (paramètre de densité)} = \frac{8\pi G \rho_0}{3 H_0^2} \sim 1/40$$

$$(1.40) \quad K_0 \text{ (courbure réduite)} = \frac{K}{\theta_0^2 H_0^2}$$

$$(1.41) \quad \lambda_0 \text{ (constante cosmologique réduite)} = \frac{\Lambda}{3 H_0^2}$$

la relation (1.32) et la formule d'évolution temporelle (1.21) deviennent alors respectivement

$$(1.42) \quad 1 - \alpha_0 - \Omega_0 = -K_0 + \lambda_0$$

$$(1.43) \quad t = \frac{1}{H_0} \int \frac{R \, dR}{\sqrt{\alpha_0 + \Omega_0 R - K_0 R^2 + \lambda_0 R^4}}$$

où R désigne le paramètre de dilatation (sans dimensions)

$$(1.44) \quad R = \frac{\theta}{\theta_0} \quad \left(= \frac{1}{1+z} \text{ pour le passé} \right).$$

On utilise souvent le paramètre d'accélération

$$(1.45) \quad q = - \frac{\theta''}{\theta'^2} = \frac{A + B\theta - (\Lambda\theta^4)/3}{A + 2B\theta - K\theta^2 + (\Lambda\theta^4)/3}$$

dont la valeur actuelle est

$$(1.46) \quad q_0 = \alpha_0 + \frac{\Omega_0}{2} - \lambda_0$$

Nous ne disposons d'aucune observation permettant d'évaluer directement les quantités figurant au second membre de (1.32). Il faut donc faire quelques hypothèses et étudier leurs conséquences. Nous en envisagerons trois:

Modèle I (Einstein-de Sitter)

On suppose a priori K et Λ nuls. Alors la relation (1.42) donne

$$\Omega_0 = 1 - \alpha_0$$

c'est-à-dire pratiquement $\Omega_0 = 1$, $q_0 = 1/2$. Il faut beaucoup solliciter les observations pour multiplier par 40 la valeur estimée de ρ_0 (Cf(1.39)), ou admettre l'existence de matière intergalactique invisible; même dans cette

hypothèse, on comprend mal pourquoi 1/40 seulement de la matière s'est condensé dans les galaxies, 39/40 restant parfaitement diffus.

La formule d'évolution (1.43) montre que l'expansion doit être perpétuelle, et que l'âge de l'univers est pratiquement

$$(1.47) \quad \frac{2}{3H_0} \sim 12 \times 10^9 \text{ y}$$

ce qui donne une chronologie courte (la formation des étoiles dans notre Galaxie a probablement commencé il y a 10 ou 15 milliards d'années).

Modèle II (Friedmann avec courbure spatiale).

On suppose a priori $\Lambda = 0$; on détermine K par (1.32) ou (1.42), ce qui donne

$$K_0 = -(1 - \alpha_0 - \Omega_0) \sim -0.975 ;$$

on a $q_0 \sim 1/80$. La courbure spatiale étant négative, la variété V_3 est homéomorphe à $\mathbb{R}^3$ (si on la suppose complète et simplement connexe); le modèle est ouvert; l'âge de l'univers ne diffère pas beaucoup de celui qu'on obtient en négligeant α_0 et Ω_0 devant 1, soit

$$(1.48) \quad \frac{1}{H_0} \sim 18 \times 10^9 \text{ y}$$

Modèle III (Constante cosmologique).

On suppose a priori $K = 0$; on détermine Λ par (1.32) ou (1.42) :

$$\lambda_0 = 1 - \alpha_0 - \Omega_0 \sim 0.975 ,$$

$$(1.49) \quad \boxed{\Lambda = 3 H_0^2 \lambda_0 \sim 10^{-56} \text{ cm}^{-2}}$$

Dans ce modèle, le paramètre de Hubble décroît en tendant vers

$$(1.50) \quad H_\infty = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$$

dont il est déjà très proche ($\lambda_0 \sim 1$), si bien que la mesure de la constante cosmologique est essentiellement la mesure de la constante de Hubble. L'expansion est perpétuelle et déjà pratiquement exponentielle

$$(1.51) \quad R \sim e^{tH_0} ;$$

le paramètre d'accélération q_0 est peu différent de -1.

Si l'on négligeait α_0 et Ω_0 dans la formule d'évolution (1.43), on trouverait un âge de l'univers infini; le modèle donne donc une chronologie longue (fig. I):

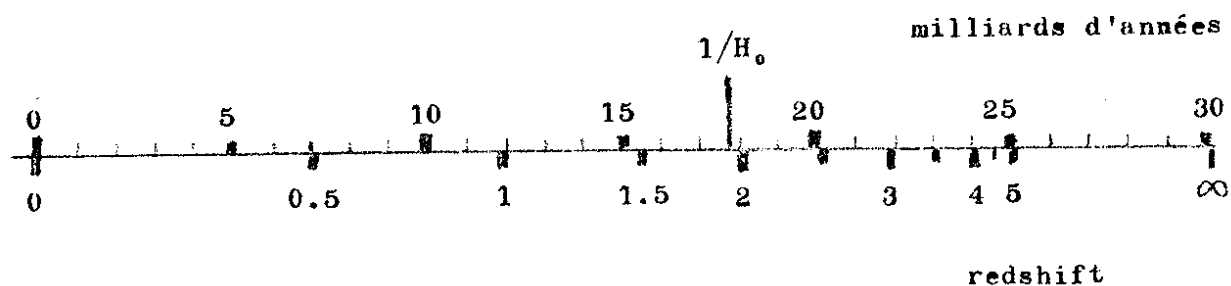


fig. I

§ 2 LE DIAGRAMME DE HUBBLE

Relation luminosité - redshift.

Les astres éloignés nous envoient des ondes lumineuses planes, dont il est possible d'étudier la propagation dans les modèles ci-dessus; le résultat de cette étude est la formule (voir [VIII])

$$(2.1) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{[1+z]\theta_0}{D\sqrt{K}} \sin \left(\sqrt{K} \int_{\theta_0/1+z}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{A + 2B\theta - K\theta^2 + \frac{\Lambda}{3}\theta^4}} \right) \right\}$$

ou

$$(2.2) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{1+z}{D H_0 \sqrt{\chi_0}} \sin \left(\sqrt{\chi_0} \int_{1/1+z}^1 \frac{dR}{\sqrt{\alpha_0 + \Omega_0 R - \chi_0 R^2 + \lambda_0 R^4}} \right) \right\}$$

ces formules relient la magnitude apparente m de l'astre à sa magnitude absolue M ; le facteur 5 provient de la définition des magnitudes (logarithme de la luminosité en prenant $10^{-2.5}$ pour base); D est la distance conventionnellement adoptée pour relier magnitudes vraies et magnitudes apparentes, soit

$$(2.3) \quad D = 10 \text{ pc} = 3.085678 \cdot 10^{19} \text{ cm};$$

z est le redshift observé.

Cette formule est établie en supposant la courbure spatiale K positive; les autres cas s'obtiennent par prolongement analytique, ce qui fait apparaître un sinus hyperbolique pour $K < 0$. Dans le cas des objets proches (z petit), elle se réduit à

$$(2.4) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{z}{D H_0} \right\}$$

qui s'interprète classiquement en considérant $\frac{z}{H_0}$ comme la distance de l'astre.

Diagramme de Hubble.

Si des astres ont des magnitudes absolues groupées autour d'une même valeur moyenne l'ensemble des points ($m, \log_{10} z$) doit se grouper - selon (2.4) - près d'une droite de pente 0.200; c'est le diagramme de Hubble, qui a permis à ce dernier d'interpréter le redshift des galaxies en termes d'expansion, et d'évaluer H_0 .

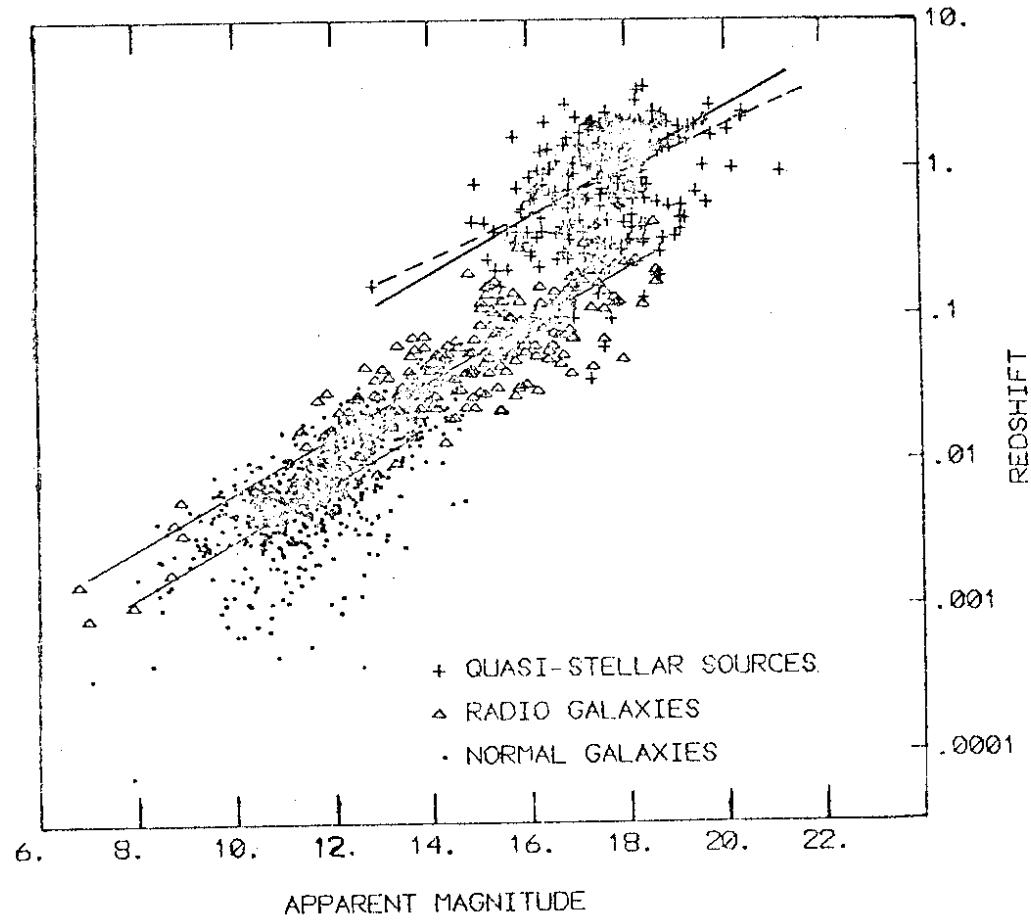
Ce diagramme a récemment été construit par LANG, LORD, JOHANSON, SAVAGE [V] pour trois échantillons : 663 galaxies normales, 230 radio-galaxies, 265 quasars (fig. II). Pour les galaxies, dont le redshift médian est $1/200$, l'approximation (2.4) semble justifiée; la pente de la droite de régression est d'ailleurs trouvée égale à

$$0.199$$

ce qui confirme l'interprétation cosmologique du redshift, en montrant que l'absorption intergalactique est négligeable. (Les valeurs sont corrigées de l'absorption galactique).

fig II

© The American Astronomical Society



Par contre, pour les quasars, dont le redshift médian est

$$(2.5) \quad z = 0.94$$

l'approximation "z petit" n'est évidemment pas valable; d'ailleurs la droite de régression (trait interrompu) diffère significativement de la loi linéarisée (trait plein); la pente mesurée est

$$(2.6) \quad \frac{d \log_{10} z}{dm} = 0.135;$$

on a donc, grâce à la formule (2.1), une possibilité de tester les modèles cosmologiques.

Modèle I (Einstein- de Sitter). K et Λ sont nuls; en négligeant α_0 devant 1, la formule (2.2) donne

$$(2.7) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{z}{D H_0} \frac{2}{1 + (1+z)^{-1/2}} \right\};$$

la pente $\frac{d \log_{10} z}{dm}$, pour la valeur médiane (2.5) de z , est

$$0.182$$

qui diffère de 35% de la valeur observée (2.6).

Modèle II (Friedmann avec courbure). En négligeant α_0 devant 1, (2.2) donne

$$(2.8) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{z + \frac{z^2}{2}}{D H_0} \right\}$$

d'où, pour $z = 0.94$, la pente

$$(2.9) \quad \frac{d \log_{10} z}{dm} = 0.152$$

qui diffère de 12 % de la valeur observée.

Modèle III (Constante cosmologique).

On peut d'abord négliger α_0 et Ω_0 devant 1, ce qui permet d'écrire (2.2) sous la forme

$$(2.10) \quad m = M + 5 \log_{10} \left\{ \frac{z + z^2}{D H_0} \right\}$$

d'où, pour $z = 0.94$:

$$(2.11) \quad \frac{d \log_{10} z}{dm} = \frac{1}{5} \frac{1+z}{1+2z} = 0.135$$

qui coïncide avec la valeur de Lang et al. Ces auteurs ont traité un autre échantillon de quasars (au à Sandage), et ont trouvé la valeur très voisine 0.132. Ce test milite donc très fortement en faveur du modèle III :

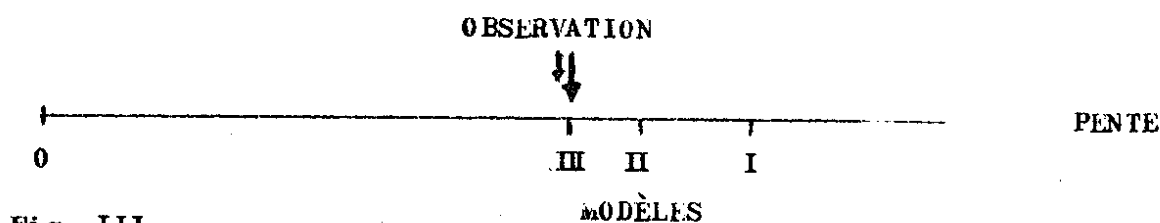
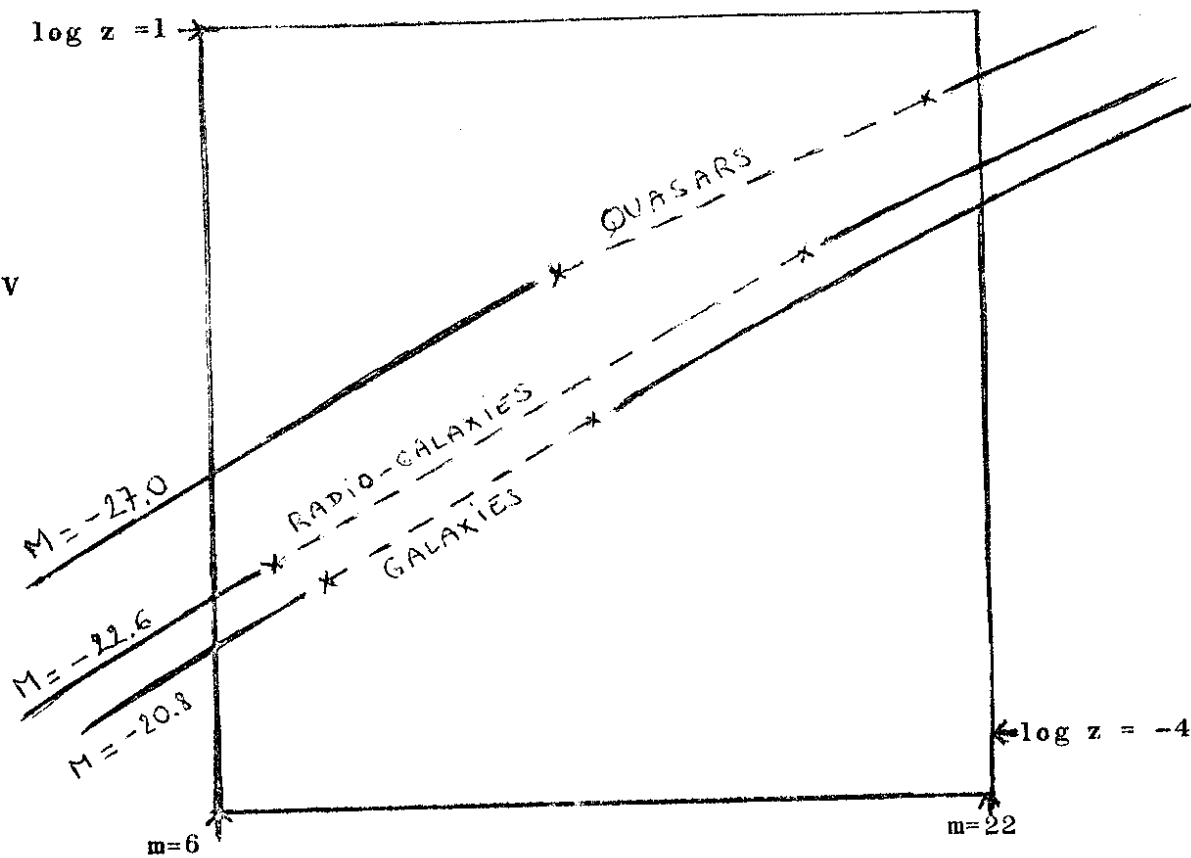


Fig. III

Le traitement le plus rigoureux (mais qui exige l'accès aux données originales) consisterait à remplacer le diagramme de Hubble ($m, \log_{10} z$) par le diagramme ($m, F(z)$), F étant la fonction définie par (2.1), et à vérifier si les données du modèle III (contrairement avec celles des autres modèles) donnent la pente 1.000 pour chaque catégorie d'objets. Provisoirement, on peut se contenter de constater (fig.IV) qu'il existe, pour chaque catégorie, une valeur de M qui ajuste pratiquement la courbe théorique (avec $\alpha_0 = 10^{-4}$, $\Omega_0 = 1/40$) avec la droite de régression sur l'intervalle utile.

Cette triple coïncidence nous donne la possibilité de mesurer les magnitudes absolues moyennes (faute d'un modèle cosmologique ajusté, on est réduit à des estimations arbitraires).

Fig. IV



On notera que la valeur de ces magnitudes dépend du choix du paramètre de Hubble (nous avons pris la valeur (1.34)). Le résultat pour les galaxies est raisonnable (les magnitudes de notre Galaxie et de M 31 sont respectivement -20.5 , - 21.1). Le gain de 6.2 magnitudes pour les quasars signifie qu'ils sont en moyenne 300 fois plus brillants que les galaxies normales; ce qui permet d'estimer la puissance rayonnée à $2 \times 10^{46} \text{ erg s}^{-1}$ ($\sim 5 \times 10^{12} L_{\odot}$).

Les quasars ont-ils disparu ?

Rappelons que l'analyse précédente suppose les deux hypothèses:

- L'absorption de la lumière est négligeable entre les galaxies;
- La luminosité moyenne des quasars n'a pas évolué pendant l'intervalle de temps où on les observe (17 milliards d'années selon la chronologie de la fig. I).

Cette dernière hypothèse est raisonnable - malgré l'intensité de la puissance rayonnée - si on suppose que les quasars ne sont pas des objets permanents, mais des phénomènes explosifs exceptionnels. On sait d'ailleurs que leur éclat est soumis à des fluctuations importantes en l'espace de quelques jours.

On peut alors se demander si un même objet passe, de temps en temps, par le "stade quasar"; ou s'il s'agit d'une phase destructrice ultime. Il se pourrait, dans ce cas, que le nombre des quasars diminue suffisamment vite pour qu'il n'en reste plus aujourd'hui; ce qui se traduirait, statistiquement, par un grand nombre de quasars faibles.

L'interprétation d'une telle statistique dépend essentiellement du modèle cosmologique adopté: une chronologie longue signifie un grand volume offert aux objets faibles, donc apparemment un plus grand nombre d'entre eux.

Si les quasars ne disparaissent pas, leur densité reste constante dans l'espace V_3 ; si, dans un volume Δv de V_3 (limité par deux sphères concentriques), on aperçoit Δn quasars, la densité apparente $\frac{\Delta n}{\Delta v}$ mesurera l'efficacité de notre observation; on s'attend que ce soit une fonction décroissante de la luminosité apparente ℓ .

En partant de l'histogramme des quasars fourni dans [V], on constate que cette fonction est très sensiblement

$$\frac{\Delta n}{\Delta v} \sim \ell^{-0.49} \quad (\text{modèle I}) \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta n}{\Delta v} \sim \ell^{-0.75} \quad (\text{modèle III})$$

Ces résultats sont insuffisants pour conclure; mais ils peuvent aussi bien s'interpréter comme permanence des quasars (dans le modèle III) qu'extinction de leur espèce (modèle I), avec une constante de temps de l'ordre de 10^{10} y.

Dans les deux modèles, on constate une diminution brusque du nombre des quasars pour $z > 3$, diminution qui n'est peut-être pas due à la limite de nos moyens d'observation. Elle pourrait s'expliquer par l'apparition des quasars à cette époque, ou plus vraisemblablement, par une absorption de la lumière ayant pris fin à ce moment (voir le § 4).

§ 3 RÔLE DE LA CONSTANTE COSMOLOGIQUE EN MÉCANIQUE CÉLESTE

Si l'on doit introduire une constante cosmologique

$$(3.1) \quad \Lambda \sim 10^{-56} \text{ cm}^{-2}$$

dans l'équation d'Einstein (1.14), la loi de la gravitation se trouve modifiée. Nous allons étudier quelques conséquences de cette modification et les comparer à l'observation.

La solution des équations d'Einstein créée par une masse isolée $\mathcal{M}$ est donnée par la métrique

$$(3.2) \quad ds^2 = \left[1 - \frac{2\mathcal{M}G}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3} \right] dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2\mathcal{M}G}{r} - \frac{\Lambda r^2}{3}} - r^2 \left[d\theta^2 + \cos^2\theta d\varphi^2 \right]$$

qui se réduit à la métrique de Schwarzschild si $\Lambda = 0$; l'étude des géodésiques de ce champ est facile ([VII]); pour les orbites circulaires, la durée de révolution (évaluée dans le temps de l'infini t) est donnée par la formule

$$(3.3) \quad \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mathcal{M}G}{r^3} - \frac{\Lambda}{3}}}$$

On peut faire le même calcul en mécanique newtonienne: en partant de l'équation de Poisson modifiée (1.26), on constate que l'accélération créée par un corps ponctuel de masse $\mathcal{M}$ est mesurée par

$$(3.4) \quad \frac{\mathcal{M}G}{r^2} - \frac{\Lambda}{3} r$$

formule qui donne exactement la durée de révolution (3.3) pour les orbites circulaires.

Le rôle essentiel de la constante cosmologique, tel qu'il apparaît sur (3.4), est de diminuer l'attraction newtonienne, qui se transforme en répulsion au delà du "rayon d'action"

3.5)

$$r_0 = \left[\frac{3M G}{\Lambda} \right]^{1/3}$$

- Le rayon d'action du Soleil est de l'ordre de 100pc, c'est-à-dire bien supérieur à la distance des étoiles voisines. A l'intérieur du système solaire, la répulsion cosmologique est négligeable devant l'attraction newtonienne (sur l'orbite de Pluton, le rapport est 5×10^{-18}).

- La Galaxie occupe une position assez périphérique dans l'amas local, système de galaxies dont la masse totale est évaluée à $1.4 \cdot 10^{45} g$, et dont le rayon d'action vaut donc 1 Mpc. Le centre de gravité, proche de la galaxie d'Andromède M31, est à 0.6 Mpc de nous : l'attraction newtonienne l'emporte donc d'un facteur 5 environ. Toutes les autres galaxies de l'amas sont en position attractive, même si certaines sont "près du bord" (NGC 6822, dont la vitesse radiale est particulièrement faible). [VIII], [I].

- Notre amas fait partie d'un super-amas, approximativement centré sur l'amas Virgo. Ce dernier, très lourd (2500 galaxies), a un rayon d'action de 7 Mpc environ; nous en sommes distants de 19 Mpc; la répulsion doit l'emporter sur l'attraction d'un facteur 20. De fait l'amas Virgo a une vitesse de fuite : 1200 km/s qui correspond pratiquement au coefficient H_0 (1.34). Le super-amas est donc en expansion avec le taux général (il reste immobile en projection sur V_3).

Il semble donc y avoir compatibilité entre la valeur (3.1) de la constante cosmologique et les mouvements observés dans notre environnement. L'amas local fournit même une évaluation de Λ - qui a juste la valeur nécessaire à assurer sa liaison gravitationnelle.

§4 PROBLEMES DE STABILITE

Les équations du mouvement dans les modèles cosmologiques se résolvent facilement; il suffit d'appliquer le théorème de Noether au groupe d'isométries de V_3 . On constate - à cause de l'expansion - que la vitesse d'un mobile relativement au référentiel du rayonnement (1.1) décroît et tend vers 0 : ainsi peut s'expliquer la coïncidence pratique des référentiels de la matière et du rayonnement (1.2). L'expansion diminue les vitesses aléatoires, ces modèles sont stables.

On peut procéder à une analyse plus fine en étudiant l'équation aux variations des équations d'Einstein, au voisinage de la solution particulière constituée par l'un de ces modèles. On obtient ainsi un système linéaire dont l'ensemble des solutions est un espace de représentation pour le groupe des isométries de V_3 . On peut réduire cette représentation par les techniques standard (transformation de Fourier dans les modèles sans courbure). Ceci montre que les fluctuations se décomposent en trois types qui évoluent indépendamment [IV] :

- 1°) des fluctuations tourbillonnaires ;
- 2°) des fluctuations "du boulanger", qui déforment la matière sans modifier sa densité ;
- 3°) des fluctuations que l'on peut entièrement caractériser par les variations de densité .

Les deux premiers types semblent toujours amortis; la variation relative de densité a la particularité d'être figée dans V_3 ; dans le cas du modèle I, elle croît lentement ([II], [VI]) ; dans le modèle III, elle décroît et tend vers 0 proportionnellement à la fonction ([IV])

1.1)

$$\frac{\theta'}{\theta} \int_t^\infty \frac{dt}{\theta'^2} ;$$

la constante cosmologique a donc pour effet d'augmenter la stabilité de l'univers.

L'existence d'amas séparés par du vide ne peut donc pas s'expliquer par une instabilité linéaire; il n'est pas possible non plus de retrouver le passé des amas en utilisant la formule (4.1), car le vide est évidemment une fluctuation non linéaire de la densité relative...

On peut cependant esquisser une histoire des amas à partir des considérations suivantes ([VIII]).

Nous avons constaté que notre amas local est tout juste dimensionné pour être lié gravitationnellement; on peut penser que ce n'est pas un cas exceptionnel, et qu'il en est de même pour la plupart des petits amas.

Dans le cas d'un amas à symétrie sphérique, l'égalité du rayon de l'amas et de son rayon d'action(3.5) exprime que sa densité moyenne a la valeur ⁽¹⁾

$$(4.2) \quad \rho_S = \frac{\Lambda}{4\pi G} \sim 10^{-29} \text{ g cm}^{-3} \quad (\sim 1 \frac{\text{galaxie}}{\text{Mpc}^3});$$

un amas possédant cette "densité statique" peut rester en équilibre (il existe d'ailleurs une solution statique relativiste globale ayant cette densité : c'est l'univers à courbure positive de de Sitter ; faire $\theta = C^{te}$ dans l'équation (1.18) et dans l'équation dérivée).

On peut donc remonter vers le passé les lignes d'univers des amas (en admettant que l'évaporation et la capture des galaxies se compensent) jusqu'au moment où ils deviennent jointifs - c'est-à-dire au moment où la densité générale était égale à ρ_S .

Ceci suggère qu'il est apparu, à cette date, un phénomène non linéaire amenant la fragmentation d'un univers à peu près homogène, et créant le vide inter-amas que nous observons aujourd'hui.

Ce mécanisme pourrait reposer sur les remarquables propriétés cinématiques de l'univers à cette époque : le paramètre d'accélération q change de signe; dans la description newtonienne, l'accélération centripète des particules devient centrifuge ($H^2 + H^2$ s'annule dans (1.25)). (Voir [III]).

Le redshift correspondant est donné par

$$(4.3) \quad 1+z = \theta_0/\theta = [\rho_S/\rho_0]^{1/3} = [2\lambda_0/\Omega_0]^{1/3} \sim 4.3$$

ce qui correspond pratiquement aux quasars les plus anciens. On sait que leurs spectres comportent des redshifts multiples en absorption, ce qui indique dans leur environnement la présence de nombreux nuages gazeux en mouvement de dispersion; ce qui confirme le scénario ci-dessus.

Si le vide inter-amas est réellement apparu pour $\rho \sim \rho_S$, il est possible que l'univers ait été absorbant auparavant ; avec deux conséquences :

- les objets de redshift nettement plus grand seraient inobservables ;
- il faudrait envisager des interactions irréversibles matière-rayonnement dans les modèles du début de l'univers.

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

⁽¹⁾ ρ_S est le double de la "densité critique" prévue par le modèle I ci-dessus.

Références :

- I C.W.ALLEN. Astrophysical Quantities, 3^{ème} éd. (The Athlone Press, 1973).
- II J.BONNOR. Mon.not. R.A.S , 115 (1955) p.310.
- III J.EISENSTAEDT , 1976 (à paraître).
- IV H.H. FLICHE, 1976 (à paraître).
- V K.R.LANG, S.D.LORD, J.M.JOHANSON, P.D.SAVAGE , Astroph.J., 202,3 (1975)
p.583-590.
- VI E. LIFCHITZ, J.of Phys. (U.R.S.S.) 10 (1946) p.116.
- VII J.M.SOURIAU. Bull. Soc. Math. France, 93 (1965) p.193-207.
- VIII J.M.SOURIAU. Coll.Internat. C.N.R.S. 237 (1974) p. 59 - 113.

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-