

- ALGÈBRES TIERCES -

Jean-Marie SOURIAU

Université de Provence et Centre de Physique Théorique, CNRS Marseille

Nous appelons ainsi tout espace vectoriel muni d'une forme trilinéaire interne, $(\ , \ , \)$, vérifiant les axiomes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} (x, x, x) = 0 \\ (x, y, z) - (y, x, z) = 0 \\ (x, x, (y, y, z)) - (y, y, (x, x, z)) = 2((x, x, y), y, z) \end{array} \right.$$

Cette structure a certaines analogies avec la structure d'algèbre de Lie - notamment l'existence de dérivations non nulles. Elle est d'ailleurs étroitement liée à la notion d'algèbre de Lie graduée : la classification de Kac des algèbres de Lie graduées simples donne les algèbres tierces simples.

De même l'extension par Corwin, Neeman et Sternberg du théorème de Poincaré-Birkhoff-Witt aux algèbres de Lie graduées permet de donner une solution universelle au problème des représentations d'algèbres tierces, par injection dans une algèbre associative "enveloppante".

Nous donnons divers exemples d'algèbres tierces, notamment celles que l'on peut associer à une variété symplectique ; les problèmes de quantification formelle - qui s'interprètent en terme de représentations "cordiales" d'algèbres tierces - sont abordés.