



LES SYMETRIES DE L'UNIVERS

Jean-Marie Souriau⁺

Exposé du 6 février 1984
Académie des Sciences

-
- 1) UN CHAPITRE DE L'HISTOIRE DES CONNAISSANCES
l'harmonie des sphères
l'univers homogène
hiérarchie contre uniformité
 - 2) LA SYMETRIE FONDAMENTALE DE L'UNIVERS
isotropie du ciel lointain
groupes et symétries
comment échapper au géocentrisme
trois géométries
 - 3) LES MODELES COSMOLOGIQUES
gravitation
reconstruire l'univers
 - 4) EXPANSION ET BIG-BANG
le décalage vers le rouge
thermodynamique du rayonnement
le Big-Bang et ses archives
l'art d'extrapoler
 - 5) UN ESPACE OUVERT OU FERME ?
les paradoxes des modèles ouverts
recherche d'un modèle causal
le verdict de la photométrie
 - 6) UN UNIVERS ANISOTROPE?
où est donc passée l'antimatière?
un univers bi-parti
un univers stratifié

Annexe 1: UNIVERS NEWTONNIEN
équation d'évolution
décalage spectral
thermodynamique du rayonnement

Annexe 2: ACTIONS DE GROUPES
groupes - actions - orbites

+ Université de Provence
et
Centre de Physique Théorique (Laboratoire propre du CNRS)

CPT Luminy Case 907
F 13288 MARSEILLE CEDEX 9

Prétirage CPT - 84 / P.E. 1703

-1- UN CHAPITRE DE L'HISTOIRE DES CONNAISSANCES

Lire et interpréter des signes dans le ciel est un art ancien. La plupart des systèmes philosophiques, occidentaux ou non, comportent une COSMOLOGIE, c'est-à-dire une description du monde, et notre culture contemporaine reste imprégnée de ces systèmes.

La recherche scientifique dans le domaine de la cosmologie demande donc une vigilance particulière. On dispose à chaque instant d'un certain système du monde, et la cosmologie consiste le plus souvent à y insérer les faits que découvre l'astronomie: rien d'illégitime à cela. Cependant il est interdit d'oublier que les faits ne sont pas seulement là pour confirmer notre conceptualisation, mais aussi pour la modeler.

L'harmonie des sphères

Pour Platon et Aristote, le ciel est une sphère; la perfection de cette forme sphérique est évidente en elle-même.

Cette sphère semble solide - et les étoiles fixées dessus (c'est pourquoi on l'appelle "firmament"); mais certains astres sont mobiles sur ce firmament (les planètes, le Soleil, la Lune) et leur mouvement est assez irrégulier. Comment concilier cette irrégularité avec la perfection de la sphère? La cosmologie grecque y parvient en réduisant ces mouvements à une composition de rotations uniformes - mouvements parfaits par excellence.

Pour Eudoxe, le support de ces mouvements est un mécanisme complexe de sphères transparentes et emboîtées qui tournent en glissant les unes sur les autres. Ainsi le mouvement de la Lune, attachée à la troisième sphère d'un tel système, ne nous paraît irrégulier que parce que nous ne voyons pas les mouvements parfaits des trois sphères (qui accomplissent respectivement leurs rotations en un jour, un mois, et dix-sept ans).

La découverte d'un ordre secret sous les apparences du désordre n'est pas réservée à la seule astronomie. La musique, art panique, a aussi ses règles, et semble en correspondance avec le ciel (sept notes dans la gamme de Pythagore, sept astres mobiles dans le ciel). Cet ordre caché derrière les apparences diverses porte un nom: HARMONIE.

Le système d'Eudoxe a été perfectionné par Hipparque; il nous est parvenu dans l'Almageste, le traité de Claude Ptolémée. Seul l'essentiel reste pris en compte ici: le mouvement des planètes peut se décrire avec une excellente précision par simple composition MATHEMATIQUE de mouvements circulaires, les "épicycles".

Grâce à son efficacité, ce système a été utilisé pendant quinze siècles. Lorsqu'il a été supplanté par le système plus précis de Kepler, l'idée d'obtenir les mouvements réels par composition de mouvements circulaires n'a pas pour autant disparu: sous le nom significatif d'ANALYSE HARMONIQUE, c'est aujourd'hui une branche fondamentale aussi bien des mathématiques pures que de la physique théorique, de l'optique, des techniques de communication, etc.

L'univers homogène

Une idée essentielle apparaît et se répand au XVIème siècle: la distinction aristotélicienne entre "Ciel" et "Terre" (ou "monde sublunaire") est répudiée, remplacée par l'idée de l'unité du monde; cette évolu-

tion est marquée par l'émergence du mot "UNIVERS", aujourd'hui banal.

Nous-mêmes et le ciel appartenons à la même famille, avons la même origine: on dira donc que l'univers est "HOMOGENE". L'homogénéité a des implications dans les deux sens: nous participons à la perfection du ciel - et ses lois harmonieuses pourront être étudiées ici-bas, dans un modeste laboratoire. Inversement, le ciel participe à notre imperfection, il n'est pas nécessairement éternel, il est peut-être corruptible. C'est ce qu'a montré, à l'époque, l'apparition de deux étoiles nouvelles, découvertes par Tycho-Brahé et par Kepler.

Pourtant cette cosmologie homogène n'est pas issue de l'observation astronomique; elle a été construite par la pensée, et ensuite seulement contrôlée par l'observation. Copernic n'a pas connu ces supernovae de 1572 et 1604. Il suffisait que son système permette d'économiser quelques uns des épicycles de Ptolémée pour qu'il paraisse plus près de la vérité; puisque le centre des mouvements n'était plus la Terre, mais le Soleil, il mettait la Terre sur le même rang que les planètes; on devait donc trouver dans les planètes quelques qualités terrestres.

En 1609, ce n'est pas par vague curiosité qu'un philosophe a construit une lunette et l'a braquée vers le ciel; Galilée était copernicien depuis quinze ans quand il a découvert des confirmations qu'il souhaitait: les montagnes de la Lune, les satellites de Jupiter, les phases de Vénus, les taches du Soleil.

Hiérarchie contre uniformité

Les trois siècles d'observation astronomique qui ont suivi nous ont fait connaître un univers de type hiérarchique, dont le module élémentaire était le système plat en rotation; système qui s'observait à trois échelles: satellites d'une planète, système solaire, enfin système des étoiles dans la Voie Lactée.

Dans les années 1920, les astronomes bénéficiant du télescope du Mont Wilson s'apprêtaient à ajouter un quatrième échelon à cette hiérarchie: il devenait évident que les "nébuleuses spirales" étaient des soeurs lointaines de notre Voie Lactée (des "galaxies"); ces objets nouveaux devaient se grouper dans un système plan, tournant autour d'un centre à déterminer. La direction de ce plan était vite reconnue et on allait obtenir des informations sur son mouvement en utilisant une méthode bien mise au point pour les étoiles: mesure des vitesses radiales, grâce à l'effet Doppler-Fizeau et traitement statistique des résultats.

C'est ici que se place une grande rupture historique de la cosmologie: les mesures ne collaient pas avec un système en rotation - mais bien avec un système en EXPANSION. Expansion qui était aussi incompréhensible qu'inattendue, et qui a donc profondément choqué beaucoup d'esprits.

D'autre part, au fur et à mesure qu'on découvrait des objets lointains, il devenait évident qu'ils étaient uniformément répartis dans le ciel; l'observation montrait que le modèle hiérarchique NE S'APPLIQUE PLUS AUX GRANDES DISTANCES. Là aussi cette constatation n'a pas été acceptée facilement - encore aujourd'hui certains préféreraient un univers "fractal" où la même hiérarchie se retrouverait indéfiniment à toutes les échelles.

Ainsi l'homogénéité du monde qui était souhaitée à la Renaissance

peut apparaître aujourd'hui comme choquante: dure science donc que la cosmologie, qui nous montre parfois un univers différent de celui que nous aimerions...

La quête de l'unité du cosmos avait fait un pas décisif au XIXème siècle: grâce à l'analyse spectrale, on savait que c'est la même matière qui constitue tous les astres, Terre comprise. Au XXème siècle, on a donc découvert que la répartition des astres lointains dans le ciel est UNIFORME.

-2- LA SYMETRIE FONDAMENTALE DE L'UNIVERS

Isotropie du ciel lointain

L'uniformité du ciel peut donc se constater en étudiant la répartition des objets assez lointains - à partir de cent millions d'années-lumière.

Essentiellement nous connaissons trois classes d'objets situés à de telles distances:

a) Les GALAXIES suffisamment lointaines - extérieures à la structure appelée "super-amas local"; plus d'un million d'entre elles ont fait l'objet d'études statistiques.

b) Les QUASARS. Ces objets ont été découverts en 1963; plusieurs milliers ont été catalogués; avec les techniques actuelles, on peut en observer une dizaine par degré carré (et il y a 41253 degrés carrés dans le ciel). On sait maintenant qu'il s'agit de phénomènes explosifs intenses qui se produisent dans certains noyaux de galaxies; on ne connaît pas encore le mécanisme interne de ces phénomènes mais ce qui importe ici, c'est qu'ils sont visibles à très grande distance; les quasars jalonnent des régions très lointaines de l'univers.

c) Les spectres des quasars lointains montrent un très grand nombre de raies d'absorption fines, qui sont dûes probablement à des NUAGES d'hydrogène situés entre le quasar et nous; la dimension de ces objets est probablement analogue à celle d'une galaxie naine. Du fait qu'ils ne sont observables qu'en ultraviolet lointain, on ne dispose pas encore d'un échantillon nombreux; mais le télescope spatial permettra peut-être d'observer une centaine de tels objets par quasar, répartis sur toute la profondeur de la ligne de visée - ce qui doit fournir un échantillon exceptionnel pour la cosmologie statistique.

d) Enfin, dans l'infra-rouge lointain (ondes millimétriques), on observe au fond du ciel un RAYONNEMENT relativement intense (les photons qui le composent sont un milliard de fois plus nombreux dans l'univers que toute autre particule); on l'appelle "rayonnement cosmologique" (background radiation).

Les études statistiques effectuées sur ces différentes catégories d'objets ont montré que leur répartition dans le ciel était quasi-uniforme; le nombre moyen d'objets de type (a) ou (b) qu'on aperçoit dans le champ d'un instrument ne change pas significativement si on TOURNE l'instrument d'une région du ciel vers une autre (à l'exception bien entendu des régions

masquées par un obstacle proche, comme un nuage galactique).

Particulièrement remarquable est le cas du rayonnement cosmologique: dans toutes les directions du ciel, on observe exactement la même radiation. En fait, on a bien détecté un léger effet directionnel, mais il est entièrement expliqué par le mouvement propre de la Terre, mouvement que l'on sait mesurer relativement aux systèmes de galaxies lointaines [De Vaucouleurs, 1983]; la précision des mesures (de l'ordre de 1/10 000) ne permet de détecter aucune fluctuation résiduelle.

Pour cette raison, il semble probable que l'origine de ce rayonnement est extrêmement lointaine; nous reviendrons sur cette question aux §§ 4 et 5.

Autre propriété statistique: rien ne permet de distinguer sur une photographie astronomique où ne figurent que ces objets lointains le haut ou le bas, le nord ou l'est; l'aspect du cliché ne change pas si le télescope TOURNE autour de son axe. Ceci implique par exemple que les galaxies que l'on voit par la tranche sur un cliché assez grand ne manifestent pas de tendance au parallélisme; que le rayonnement cosmologique n'est pas polarisé; etc.

Le mot qu'on utilise pour décrire précisément ces propriétés statistiques du ciel est ISOTROPIE; il est construit sur la racine grecque "trepein" qui signifie "TOURNER".

Groupes et symétries

La description précise de l'isotropie du ciel fait donc appel explicitement aux ROTATIONS de l'espace. Mathématiquement, ces rotations constituent un "GROUPE"; en langage technique, ce groupe des rotations de l'espace à 3 dimensions est noté $SO(3)$ (voir l'annexe 2).

L'isotropie du ciel, nous venons de le constater, signifie que la description statistique de ce que nous montre un télescope (ou un radio-télescope) ne change pas si on lui fait subir une quelconque de ces rotations. Mais comme cette isotropie est une propriété du ciel, pas du télescope, il faut la formuler en termes de rotations DU CIEL.

Les mathématiques fournissent un langage parfaitement adapté: c'est ce qu'on appelle l'ACTION d'un groupe sur un ensemble (annexe 2). Le mot "action" ne doit pas prêter à confusion: il s'agit d'une simple opération mathématique sur les points de l'ensemble - ici du ciel; rien à voir avec une sorte de mouvement que nous prétendrions imposer aux astres.

Seuls, les éléments de la théorie des groupes vont permettre ainsi de donner un sens à la fois précis et général au mot SYMETRIE; une symétrie d'un ensemble, c'est une propriété de cet ensemble qui ne change pas par l'action d'un certain groupe.

Exemples: - les propriétés géométriques de la sphère ne changent pas par l'action du groupe des rotations autour du centre: la sphère possède donc la symétrie $SO(3)$; - les POLYEDRES REGULIERS possèdent une symétrie moindre; explicitement par l'action d'un SOUS-GROUPE de $SO(3)$.

C'est évidemment à cause de la symétrie de ces objets mathématiques

que les penseurs grecs les considéraient comme "parfaits"; et que Platon, par exemple, les a pris comme modèles du macrocosme et du microcosme.

A côté de la sphère céleste, Platon associe en effet les quatre polyèdres réguliers connus (cube, tétraèdre, octaèdre, icosaèdre) aux "quatre éléments" constitutifs de la matière. La découverte d'un cinquième polyèdre (le dodécaèdre) implique pour Aristote l'existence d'une "quintessence" à découvrir dans la matière.

Rien de changé aujourd'hui: les physiciens contemporains recensent des symétries, c'est-à-dire des GROUPES et des ACTIONS de ces groupes; avec ces objets mathématiques, ils parviennent à classer et à décrire les PARTICULES ELEMENTAIRES qui constituent la matière.

Beaucoup de particules ont ainsi été prédites avant d'être observées grâce aux théories de ce genre, dites "théories de jauge".

A l'autre bout de l'échelle des longueurs, la même conceptualisation de la symétrie va nous donner une des clés de la cosmologie: l'isotropie du ciel est une symétrie $SO(3)$. Au lieu de faire agir ce groupe sur une sphère céleste imaginaire, nous allons l'appliquer aux objets mêmes qui nous entourent; dans ce cas $SO(3)$ décrit les rotations de l'espace autour de la Terre.

Comment échapper au géocentrisme

Il y a quelque chose de paradoxal dans cette action de $SO(3)$: elle ne met en correspondance deux astres que s'ils sont à la même distance de la Terre.

Peut-on admettre que les symétries de l'univers fassent jouer un rôle si particulier à la Terre? Oui dans le système aristotélicien et dans beaucoup d'autres; non si on pense que la situation de la Terre n'a rien d'exceptionnel. Cette modestie dans l'évaluation de notre rôle, c'est ce qu'on appelle parfois le "principe cosmologique": c'est parce que nous sommes attachés à la Terre que nous ne pouvons constater que cette symétrie $SO(3)$; la symétrie complète de l'univers doit être plus grande - et traiter la Terre exactement comme les autres astres.

Traduisons en langage de groupes: les symétries de l'univers sont caractérisées par l'action d'un grand groupe G dont $SO(3)$ n'est qu'une partie (on dit un "sous-groupe"); l'action de G peut permuter deux points quelconques - Y COMPRIS NOUS-MEMES. C'est cette hypothèse qui constitue la définition rigoureuse de la cosmologie HOMOGENE.

Le même mot est utilisé pour décrire la situation mathématique correspondante: chaque fois que l'action d'un groupe G permute tous les points d'un ensemble S , on dit que S est un "ESPACE HOMOGENE".

Dans ces conditions, pour chaque point s de S , on peut considérer le sous-groupe des transformations de G qui laissent s fixe: on l'appelle le "stabilisateur" de s . Alors les stabilisateurs des différents points ont la même structure (ce sont des sous-groupes "conjugués"; voir l'an-

nexe 2).

Dans le cas qui nous intéresse, le principe cosmologique se formule donc par l'existence d'un "grand groupe" G qui fait de l'Univers un espace homogène; le groupe $SO(3)$ qui caractérise l'isotropie du ciel vu de la Terre T est simplement le STABILISATEUR de T dans G .

Par nécessité mathématique, les divers astres du ciel ont chacun leur stabilisateur, et ces stabilisateurs sont des sous-groupes de G tous différents, mais possédant chacun la structure $SO(3)$.

Nous voyons comment l'homogénéité, initialement concept philosophique de type génétique, acquiert un statut géométrique rigoureux.

Ce statut s'applique par exemple à la description des milieux continus. Quand nous disons que l'eau claire est "homogène et isotrope", nous signifions qu'elle possède la symétrie définie par le groupe d'Euclide (qu'elle a "la même symétrie que l'espace euclidien").

Si nous disons qu'un cristal est "homogène et anisotrope", la description est incomplète: elle sera achevée lorsqu'on aura défini le groupe des symétries du cristal - un certain sous-groupe du groupe d'Euclide. Or la cristallographie théorique nous fait connaître tous les groupes de symétries permis pour un cristal: il y en a exactement 32.

Nous ne nous occupons ici que des cristaux observés à l'échelle ordinaire; à l'échelle atomique l'analyse en théorie des groupes s'affine: il y a 230 "groupes cristallographiques" possibles.

Chaque cristal que l'on rencontre dans le sol ou dans un laboratoire est donc associé à un seul de ces 230 groupes; trouver lequel, c'est un problème technique dont on ne peut préjuger de la solution.

Trois géométries

De même, les mathématiques fournissent la liste des groupes G qui peuvent décrire un univers homogène - en attribuant à la Terre un stabilisateur de type $SO(3)$; liste plus courte que dans le cas des cristaux: il y a essentiellement trois solutions.

Chacun de ces trois groupes, avec l'action dont il est muni, caractérise une "géométrie de l'espace"; ces trois géométries sont celle d'Euclide, celle de Lobatchevski, et celle de Riemann (annexe 2).

La différence entre ces géométries est essentiellement une question d'échelle: tant qu'on ne considère qu'une "petite" région, on ne peut pas les distinguer entre elles. Ceci permet de pratiquer sans souci la bonne vieille géométrie euclidienne dans la plupart des cas, même à l'échelle d'une galaxie ou d'un amas de galaxies.

La contre-partie évidente; c'est que la validité pratique de la géométrie euclidienne NE NOUS APPREND RIEN sur le type d'homogénéité de l'Univers.

On entend souvent défendre l'opinion selon laquelle l'univers "doit" être euclidien; les arguments versés au débat se réfèrent par exemple au "bon sens" et à la "simplicité".

Mais dans ce cas, le bon sens signifie seulement un accord entre notre expérience pratique de l'espace (par exemple les manipulations des

objets) - et une représentation abstraite de cet espace (qui nous permet de prévoir le résultat d'opérations dépassant nos possibilités corporelles). Seule une certaine présomption nous autorise à extrapoler notre expérience à l'univers dans son ensemble; et l'exigence de cohérence que nous demandons à notre représentation de l'espace est précisément satisfaite, grâce à la théorie des groupes, par les diverses géométries qui nous sont proposées.

De même la géométrie euclidienne n'est pas "plus simple" que les deux autres - elle est seulement plus familière. L'imposer, c'est encore extrapoler des habitudes.

Comme dans le cas des cristaux, le choix entre les symétries mathématiquement permises n'est donc pas une question d'opinion, mais un problème technique; il faut "mesurer la géométrie" en utilisant les informations disponibles sur l'univers à grande échelle.

-3- LES MODELES COSMOLOGIQUES

La technique la plus élémentaire pour résoudre ce problème est la suivante: on passe en revue les "modèles" de l'univers, descriptions schématiques qui possèdent les deux qualités suivantes:

- conformité avec les lois connues de la physique,
- symétrie rigoureuse selon l'un des groupes permis.

Chacun de ces modèles a des implications QUANTITATIVES sur la distribution statistique des objets dans le ciel; on cherchera donc si les prédictions de l'un de ces modèles sont compatibles avec toutes les observations dont on dispose.

Rien ne garantit a priori le succès de cette démarche; une seule chose à faire: essayer.

Gravitation

Parmi les lois physiques connues, celle de la gravitation est prépondérante pour décrire les observations à l'échelle du Système Solaire. Quantitativement, cette loi est caractérisée par une constante universelle, la constante de Newton G .

On peut donc présumer que la gravitation jouera encore un rôle essentiel à l'échelle cosmologique; mais ceci pose une question préalable: avons-nous le droit d'extrapoler telle quelle la loi de Newton lorsque l'échelle est multipliée par mille milliards?

La gravitation n'est pas un phénomène physique comme les autres. Nous en connaissons, grâce à Albert Einstein, une description, appelée "relativité générale", qui est aujourd'hui le plus "parfait" des modèles physiques; parfait au sens suivant:

- elle est basée sur un principe de symétrie (la covariance générale) qui permet d'en donner une caractérisation mathématique rigoureuse;
- ses vérifications par l'observation sont les plus précises qu'on ait

jamais atteintes (selon la N.A.S.A., les prédictions de la relativité générale seraient confirmées à la précision de 10^{-13}).

Il faut remarquer que la formulation de la relativité générale n'est pas complètement déterminée par des principes a priori; mais si on étudie la gravitation A GRANDE ECHELLE, on peut déduire de ces principes une loi de la gravitation dans laquelle ne figurent que DEUX CONSTANTES indéterminées: la constante de Newton G et une autre, que l'on note Λ et qu'on appelle "constante cosmologique". Ces constantes sont donc phénoménologiques, en ce sens que rien ne nous permet de prévoir leur valeur numérique et qu'il faut recourir à l'observation et à l'expérimentation pour les mesurer.

Si on admet les principes relativistes, la possibilité que Λ ne soit pas nulle est donc la seule modification de la loi de gravitation qui soit acceptable à grande échelle.

La transposition de cette loi dans le cadre classique est particulièrement simple: on la trouvera dans l'annexe 1 (c'est la formule (4), équation de Poisson complétée).

On a souvent invoqué d'autres principes, toujours du style "simplicité des lois de la nature", pour affirmer que Λ "doit" être nulle; mais ces arguments sont dangereux, puisqu'ils "prouveraient" aussi bien que la constante de Newton:

$$G = 6.6732 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$$

doit être nulle, donc qu'il n'y a pas d'attraction universelle.

Comme dans le cas d'autres constantes de la physique (la masse des neutrinos ou la constante de Newton elle-même), seul le recours à l'expérience et à l'observation peut nous permettre de déterminer la valeur de Λ . La réussite de la mécanique céleste à l'échelle du système solaire, avec toute sa précision, nous donne seulement une majoration de Λ .

Reconstruire l'univers

Nous cherchons à déterminer un modèle cosmologique parfaitement symétrique; il décrira un univers homogène et isotrope à toute échelle, et il doit donc schématiser la matière par un FLUIDE CONTINU.

Etudions donc l'évolution d'un fluide soumis à sa propre gravitation. Sans aller chercher la relativité générale, ce problème peut se traiter avec l'hydrodynamique du XVIIIème siècle. Pour obtenir un "modèle cosmologique newtonien", il suffit de chercher les solutions des équations classiques qui décrivent un fluide homogène; celles où les variables comme la densité et la pression sont constantes à chaque instant dans tout l'espace. Ce travail élémentaire est décrit dans l'annexe 1.

Malgré la simplicité de ce modèle classique, il a été précédé historiquement par le modèle relativiste de Friedmann [1922], que nous ne décrirons pas ici.

Il se trouve que le modèle de Friedmann et le modèle newtonien ont

beaucoup de conséquences identiques - et vérifiables; l'un et l'autre prévoient en effet que:

- l'univers NE TOURNE PAS. Cette caractéristique est conforme à l'observation: aucune rotation d'ensemble plus rapide qu'un tour en cent mille milliards d'années n'a été détectée;

- l'univers NE PEUT PAS ETRE STATIQUE (sauf coïncidence). Ce résultat découle des équations, mais il se comprend simplement: puisque aucune rotation ne retient les galaxies à distance constante, nous sommes en face d'une alternative: OU BIEN LE CIEL NOUS TOMBE SUR LA TETE, OU BIEN L'UNIVERS EST EN EXPANSION; la seule échappatoire serait un univers dont l'expansion vient de cesser et qui va retomber - ceci impliquant que nous sommes nés juste à l'époque très particulière où ce fait se produit.

Newton lui-même était parfaitement conscient de ce problème - et y répondait par l'argument suivant: "on voit que celui qui a arrangé cet Univers a mis les étoiles fixes à une distance immense les unes des autres, de peur que ces globes ne tombassent les uns sur les autres par la force de leur gravité" [Principia, Scholie général 1.

L'éventualité d'une constante cosmologique non nulle permet cependant de décrire un modèle particulier d'univers statique (dans le cas relativiste comme dans l'autre); c'est l'observation qui va montrer que cette description n'est pas conforme à la réalité.

Soyons plus précis: chacun des modèles newtonien et relativiste prévoit que l'évolution de l'univers est caractérisée par une EQUATION D'EVOLUTION - équation différentielle qui s'intègre aisément.

Dans le cas classique, elle est établie dans l'annexe 1, à laquelle nous renvoyons (formule 20); chose tout à fait remarquable, le modèle relativiste de Friedmann conduit EXACTEMENT A LA MEME EQUATION - donc au même catalogue de solutions possibles.

Nous constatons ici un paradoxe qui mérite quelques instants de réflexion: la mécanique newtonienne a été construite dans le cadre strict de la géométrie euclidienne; au contraire, les modèles de Friedmann sont construits dans le cadre non moins strict des géométries "non-euclidiennes". Pourtant les prédictions des deux types de modèles se correspondent parfaitement - au moins dans un certain domaine.

Une explication peut être cherchée dans le fait, déjà signalé, que les géométries diffèrent peu dans une petite région. Or l'évolution de tout ces modèles est décrite par des équations différentielles - décrivant, si on veut, une région "infiniment petite" autour de chaque point. Ce qui permet de concevoir pourquoi ces équations peuvent être identiques.

Pratiquement, ce fait est important parce que la description newtonienne, conforme au savoir-faire de la physique classique, permet de décrire le modèle relativiste dans un langage familier.

Mais cette possibilité ne contredit en rien la différence essentielle entre les géométries euclidienne et non-euclidiennes; le rôle joué par la constante k , (95) en donnera un exemple précis.

-4- EXPANSION ET BIG-BANG

Dans cette équation d'évolution et dans la classification de ses solutions interviennent quelques nombres dont on ne peut pas déterminer a priori la valeur; selon le choix de ces paramètres, le modèle décrira aussi bien une expansion qu'un effondrement de l'univers.

Le décalage vers le rouge

Comment comparer avec l'observation? Par spectroscopie. En effet, les modèles indiquent qu'expansion ou effondrement auront une action directe sur le SPECTRE des objets observés: un décalage vers le rouge ou vers le bleu ("redshift, blueshift"). De façon précise, les longueurs d'onde des radiations émises par un objet doivent toutes être multipliées par LE MEME FACTEUR; facteur que l'on note $1+z$.

Nous pouvons interpréter - comme l'a fait Edwin Hubble - ce facteur en termes d'effet Doppler-Fizeau, indicateur d'une fuite des objets si z est positif (décalage vers le rouge); mais cette interprétation n'est claire que pour les objets proches et les petites valeurs de z .

Pour les objets lointains, une seule méthode est dépourvue d'ambiguïté: la référence aux modèles eux-mêmes. Que nous disent-ils? que le facteur $1+z$ est égal au COEFFICIENT DE DILATATION LINEAIRE de l'Univers entre la date où la lumière a été émise et l'époque actuelle où elle est reçue; et ceci quels que soient les paramètres caractéristiques du modèle. Chose remarquable, cette conclusion conforme à la théorie relativiste de l'effet Doppler s'obtient aussi avec le modèle newtonien (voir l'annexe 1, formule (32)).

Ces prédictions sont vérifiées spectaculairement par les observations: les spectres des objets lointains sont effectivement décalés. Les longueurs d'onde observées varient dans un rapport de plus d'un million (du dixième de micromètre de l'ultraviolet lointain aux décimètres de la radio-astronomie); or la mesure de z donne LE MEME RESULTAT D'UN BOUT A L'AUTRE DU SPECTRE, avec une précision de l'ordre du millième; et ceci pour les petites comme pour les grandes valeurs de z .

Il ne semble pas qu'on ait proposé aucune autre explication du décalage spectral qui puisse expliquer ce fait.

Quant aux valeurs de z , elles sont TOUTES POSITIVES; compte tenu de l'interprétation de $1+z$, ceci indique que l'univers est plus grand qu'il n'a jamais été.

Plus précisément, les observations indiquent que z est d'autant plus grand que l'objet est plus éloigné (donc que nous l'observons à une époque plus ancienne); ce qui implique que la partie visible de l'Univers a toujours été en EXPANSION.

Pour les galaxies proches, z est petit (moins d'un centième) et approximativement proportionnel à la distance (qui est malheureusement très difficile à apprécier). Cet effet a été découvert par Hubble; c'est pourquoi le coefficient de proportionnalité est noté H ; sa valeur numérique

indique que les distances des objets lointains augmentent ACTUELLEMENT d'un cent millième environ en cent mille ans.

On a découvert des quasars dont le décalage spectral atteint 3,8 ; nous les observons donc à une époque où les distances dans l'univers étaient près de cinq fois moins grandes; les volumes devaient donc être cent fois plus petits.

Pour de telles valeurs, la relation entre le décalage spectral z , la distance de l'objet et le temps que la lumière a mis à nous parvenir n'est évidemment plus une simple proportionnalité: chaque modèle nous permet de la prévoir exactement (si nous en connaissons les paramètres).

Thermodynamique du rayonnement

Si on se place à l'intérieur d'une boîte opaque et immobile, on constate l'existence d'un rayonnement qui est parfaitement décrit par une formule de Planck où n'intervient que la température T de la boîte (la nature du matériau n'a donc aucune importance; c'est pourquoi on parle de "rayonnement de corps noir"). Si on veut, on peut dire que l'existence d'une température donnée crée un flux de photons - qui ne dépend en aucune façon du support matériel de cette température. C'est là une des lois fondamentales de la physique.

Il se trouve que le "rayonnement cosmologique" dont nous avons déjà parlé est tout à fait identique à un rayonnement de corps noir, à la température absolue $T = 2.8 \text{ }^\circ\text{K}$.

Un calcul thermodynamique simple (voir l'annexe 1) montre qu'un tel rayonnement, enfermé dans un univers en expansion ou en contraction, reste toujours un rayonnement de corps noir, mais que sa température varie; elle est inversement proportionnelle au taux d'expansion linéaire.

Ainsi un quasar dont le décalage spectral vaut 3,8 est observé à une époque où la température ambiante valait $2,8 \times (1+3,8) = 13^\circ\text{K}$.

La TEMPERATURE de la radiation est donc une nouvelle variable qui peut être incluse dans les modèles cosmologiques, ainsi d'ailleurs que la PRESSION de cette radiation.

Le Big-Bang et ses archives

Si on prolonge vers le passé ces modèles thermodynamiques, la plupart décrivent un univers qui n'a pas cessé de se dilater et de se refroidir: l'univers a donc peut-être été autrefois TRES DENSE ET TRES CHAUD.

Cette hypothèse a un grand intérêt COSMOGONIQUE: elle fournit des explications causales à certaines particularités de l'univers que nous observons aujourd'hui.

D'abord elle propose un MOTEUR DE L'EXPANSION. En effet, si l'univers a été à un certain moment extrêmement chaud, il était alors rempli de RADIATION (conformément à la loi de Planck); une des manifestations classiques de cette radiation est une PRESSION qui peut être considérable (elle est proportionnelle à la 4ème puissance de la température); or la pression, si elle est assez grande, peut "crever l'espace".

Comment? Il s'agit d'un effet spécifiquement relativiste: en relativité, en effet, la "source" du champ de gravitation n'est pas seulement la densité ρ , comme dans le modèle newtonien. La pression p joue aussi son rôle, si elle n'est pas négligeable devant le produit ρc^2 (c = vitesse de la lumière). Ceci ne se produit nulle part dans les conditions actuelles, mais bien dans l'hypothèse où le modèle de Friedmann peut être "remonté" jusqu'à une température de l'ordre du milliard de degrés.

Si un état aussi chaud a existé à un certain moment, il a immédiatement produit une gigantesque explosion; explosion qu'on appelle "BIG BANG". La suite de ce scénario est décrite par le modèle de Friedmann: l'univers ainsi mis en mouvement continue son expansion - au taux que nous observons aujourd'hui.

Cette hypothèse a aussi l'intérêt d'expliquer pourquoi l'univers NE TOURNE PAS: un effet mécanique bien connu des patineurs (la conservation du moment cinétique) reste valable à l'échelle cosmique, et montre que toute rotation initiale est nécessairement effacée par la simple dilatation de l'espace. En bonne logique, le raisonnement n'est que de type inductif: s'il existait aujourd'hui une rotation d'ensemble, l'hypothèse du Big-Bang serait interdite.

Comme toute explication scientifique, le Big-Bang ne peut pas être prouvé, mais devient de plus en plus vraisemblable s'il existe suffisamment de faits qui auraient pu le contredire et qui ne le font pas; faits que l'on peut interpréter comme des TRACES du Big-Bang. En dehors de la cinématique que nous venons d'évoquer, on connaît essentiellement trois types de traces:

(a) - le RAYONNEMENT COSMOLOGIQUE lui-même peut s'expliquer, avec toutes ses caractéristiques, s'il a été émis par la matière qui devait remplir l'univers il y a 15 milliards d'années, à savoir de l'hydrogène ionisé à la température de 3000 °K. Un peu plus tard, l'expansion et le refroidissement ont dû produire le phénomène appelé "découplage": l'ionisation cesse, l'univers devient transparent, matière et rayonnement suivent désormais leur destin indépendamment; à cause de l'expansion, la lumière "fossile" qui remplit l'univers se refroidit et se décale vers le rouge selon les règles très simples que nous avons évoquées plus haut.

(b) - Avant le découplage, par contre, la matière ionisée était "accrochée" à la radiation, ce qui empêchait tout phénomène de condensation. Une PREUVE A CONTRARIO de l'existence de ce stade, c'est donc l'absence de tout objet condensé témoignant d'un âge supérieur. Effectivement:

- les pierres lunaires et le système solaire en général ont moins de 5 milliards d'années;

- l'âge estimé des étoiles et des galaxies les plus vieilles est justement de l'ordre de 15 milliards d'années;

- la condensation d'une galaxie, et plus particulièrement la formation d'un noyau, ont dû demander une assez longue période avant qu'un quasar puisse apparaître dans ce noyau. Par conséquent les quasars les plus anciens doivent être notablement plus jeunes que le découplage. Effectivement, on n'en connaît aucun qui soit apparu avant que la température

soit tombée à 13°K, c'est-à-dire 2,5 milliards d'années après le découplage - alors qu'il s'agit d'objets qui seraient facilement observables et qui ont été activement recherchés (il y a un record de distance à battre).

(c) - On connaît maintenant en détails les processus nucléaires qui peuvent se produire dans les étoiles, et les éléments chimiques qu'elles peuvent créer. Pour expliquer l'abondance relative des éléments qui existent sur Terre ou ailleurs, il suffit de supposer que les premières étoiles étaient constituées d'hydrogène. A une exception près cependant: les éléments légers (hélium, lithium) n'ont pas pu se produire de cette façon. Ils doivent donc être des constituants primordiaux - au même titre que l'hydrogène.

Or le scénario du Big-Bang permet de prévoir leur formation - AVEC L'ABONDANCE REQUISE - dans une phase brève (un quart d'heure), si la température a effectivement dépassé le milliard de degrés.

L'hypothèse du Big Bang, purement dynamique à l'origine, se trouve donc confirmée par un certain nombre d'observations indépendantes.

L'art d'extrapoler

L'univers est-il passé par un stade beaucoup plus chaud que le milliard de degrés? Pouvons-nous remonter plus loin dans le passé que cette période de nucléosynthèse?

Pas plus de trois minutes, répondent les modèles: le calcul fait apparaître à cet instant une singularité: température, pression et densité tendent vers l'infini. Les quelques variantes que l'on peut envisager ne modifient pas ces conclusions.

Extrapoler jusque là, interpréter ces "trois premières minutes de l'univers", c'est bien tentant. D'autant plus qu'une température infinie ne fait pas peur au théoricien: au contraire, c'est l'état thermodynamique le plus symétrique; c'est une situation que l'on rencontre par exemple en physique du solide ordinaire, dans des conditions particulières où on peut distinguer deux températures différentes à l'intérieur d'un même cristal; l'une d'entre elles, appelée "température de spin" peut décrocher de l'autre, et atteindre des valeurs négatives - non en passant par le zéro absolu, mais au contraire en sautant de $+\infty$ à $-\infty$.

Mais une extrapolation est toujours hasardeuse: elle doit être confirmée par des observations spécifiques: il faudrait trouver des TRACES.

Pour l'instant nous n'en connaissons pas, et les théoriciens sont réduits à des conjectures difficiles.

Un exemple de ces difficultés, c'est notre ignorance sur la loi de la gravitation dans un milieu extrêmement dense. Nous avons vu que les principes relativistes donnent des indications précises sur ce qui se passe à grande échelle et à basse densité - mais à petite échelle et à grande densité il existe une infinité de variantes possibles. Expérimentalement, nous ne disposons que de quelques faits: accord de la mesure de la constante G en laboratoire avec les données astronomiques, existence d'étoi-

les extrêmement denses (les pulsars) dont le traitement par la gravitation d'Einstein donne des résultats cohérents avec l'observation.

Certaines évaluations permettent de supputer que la loi de gravitation peut être prolongée telle quelle dans les modèles d'univers jusqu'à l'âge incroyablement petit de 10^{-43} sec (on l'appelle "temps de Planck"), mais en fait nous n'en savons rien.

Un exemple de recherche audacieuse dans ce domaine, c'est la théorie appelée "GRANDE UNIFICATION"; elle s'approche de la date limite de 10^{-35} secondes, et elle extrapole en même temps nos connaissances de la physique fondamentale. Toujours sur le modèle platonicien: supputation d'un groupe G et d'éléments constitutifs de la matière possédant la symétrie G. Jusqu'à présent, les prédictions de cette théorie n'ont été confirmées ni par les observations, ni par les expériences (le constituant principal de l'univers n'est pas le monopôle magnétique; le proton refuse de se désintégrer spontanément dans les souterrains où on l'observe). Des modifications ingénieuses ont été proposées qui permettent de faire disparaître les principales contradictions entre la théorie et les faits (hypothèse de l'"inflation"); mais c'est en ajoutant des paramètres ajustables qui enlèvent à la théorie son caractère prédictif.

Une telle recherche n'en est pas moins légitime; peut-être aboutira-t-elle à quelque chose en réduisant ses ambitions immédiates pour mieux se laisser guider par l'expérience.

La "SUPER-SYMETRIE" est une autre hypothèse de travail activement étudiée, et dont l'état est à peu près le même: un statut théorique approximatif, des prédictions qui pour l'instant ne sont pas confirmées (de nouvelles particules: photino, gravitino).

-5- UN ESPACE OUVERT OU FERME?

Revenons à un problème sur lequel ce genre de spéculation ne pèse pas: trouver un modèle d'univers en accord avec l'ensemble des observations astronomiques.

Adopter l'hypothèse du Big-Bang, c'est simplement ici se restreindre aux modèles dont le prolongement vers le passé conduit à un état très dense; ce qui leur permet d'expliquer diverses catégories de faits observés: le décalage spectral des quasars, le rayonnement cosmologique, l'existence des éléments légers.

Faire ce choix, ce n'est pas pour autant déterminer le modèle; on trouve parmi les modèles à Big-Bang les trois géométries. En effet, la géométrie est déterminée par le paramètre k_0 (annexe 1, 19), selon le tableau suivant:

Lobatchevski	Euclide	Riemann
$k_0 < 0$	$k_0 = 0$	$k_0 > 0$

et les modèles avec Big-Bang n'impliquent aucun choix particulier du signe de k_0 .

Dans le modèle newtonien, k_0 est un paramètre cinématique sans interprétation a priori (une simple constante d'intégration; voir annexe 1, 15 et 19); ce n'est que dans le modèle relativiste que k_0 possède une interprétation géométrique; on l'appelle "courbure réduite".

Les paradoxes des modèles ouverts

Aucune interaction matérielle ne peut se propager plus vite que la lumière; en effet, si c'était le cas, la relativité élémentaire montre qu'il pourrait exister des effets antérieurs aux causes - que le "principe de causalité" serait violé. D'ailleurs la recherche expérimentale de particules se propageant plus vite que la lumière (les "tachyons") n'a donné aucun résultat.

La région de l'univers avec laquelle nous pouvons avoir eu des relations causales est donc limitée; limitée par une sphère constituée des points assez proches pour qu'un signal voyageant à la vitesse de la lumière ait eu le temps de nous parvenir depuis le Big-Bang. Cette sphère s'appelle l'HORIZON.

Dans les différents modèles homogènes, l'horizon est nul au départ, et constamment croissant. Or ce simple fait constitue un PARADOXE redoutable si la courbure k_0 est négative ou nulle, donc si la géométrie du modèle est celle de Lobatchevski ou d'Euclide; il s'agit des modèles qu'on appelle OUVERTS.

Prenons le cas d'un modèle de Friedmann euclidien. Le calcul montre que les sources du rayonnement cosmologique dans les différentes directions du ciel sont si éloignées LES UNES DES AUTRES qu'elles n'ont pu, à l'époque reculée où nous les observons, avoir eu aucune relation causale mutuelle; plus précisément, on peut diviser les sources du ciel en quelques milliers de "cellules" causalement indépendantes; et ce nombre serait beaucoup plus grand si la courbure était négative.

Or ces cellules réputées indépendantes sont si parfaitement ACCORDEES que nous pouvons mesurer notre propre mouvement en comparant les rayonnements qu'elles nous envoient.

Dans cette catégorie de modèles, une symétrie aussi parfaite apparaît donc comme un accident inintelligible - et dont la permanence n'est pas garantie: notre horizon continue à s'élargir, d'autres régions de l'univers peuvent apparaître qui seraient différentes - et d'où pourrait parvenir sans préavis N'IMPORTE QUOI - par exemple une onde lumineuse ou gravitationnelle destructrice. En raison même du principe de causalité, un événement aussi déplorable ne violerait aucune des lois de la physique.

Si on veut éliminer de telles possibilités, on est obligé de postuler que dans les "conditions initiales" de l'univers, figure une quantité infinie de matière, remplissant un volume infini, avec une disposition parfaite-

ment symétrique et un synchronisme parfait - tout ceci sans aucune nécessité causale.

La symétrie elle-même figure ainsi parmi ces conditions initiales: on est réduit à affirmer qu'elle est présente aujourd'hui parce qu'elle a toujours été là. On aimerait échapper à ce dogmatisme à la Diafoirus.

Un fait évident rend d'ailleurs le problème plus aigu: à savoir que la symétrie générale tombe en défaut en dessous de cent millions d'années-lumière environ, à l'échelle des superamas de galaxies.

Ceci implique l'existence, dès l'époque du découplage, de fluctuations de la densité moyenne impliquant de telles quantités de matière - fluctuations dont la taille est comparable à celle des cellules causales. L'évolution de ces fluctuations après le découplage pourrait expliquer, par des condensations successives, la structure hiérarchique que l'on observe: super-amas, amas, galaxies, étoiles. Tout au moins on l'espère.

Comment expliquer alors que ces fluctuations, dont l'existence semble nécessaire pour expliquer l'aspect de l'univers à "petite" échelle, n'apparaissent pas sur le fond du ciel?

Recherche d'un modèle causal

Il est donc légitime de chercher si d'autres modèles permettent d'éviter ces paradoxes: ils feront partie des modèles FERMES, à courbure positive et à géométrie de Riemann.

Dans ce cas l'espace est FINI, au sens suivant:

-1°) la distance de deux points quelconques est au maximum égale à:

$$d_0 = \frac{c \pi}{H_0 \sqrt{k_0}}$$

c est la vitesse de la lumière, H_0 le taux d'expansion de Hubble.

Comme nous l'avons indiqué, il s'agit d'une formule PROPREMENT RELATIVISTE; la mécanique classique serait en effet incapable, à elle seule, de faire intervenir la vitesse de la lumière dans une relation entre grandeurs spatiales, temporelles et cinématiques.

-2°) l'espace tout entier n'a qu'un volume fini:

$$v_0 = \frac{2}{\pi} d_0^3$$

par conséquent il n'existe qu'un nombre fini d'atomes dans l'univers.

Grâce au caractère fini de cet univers, on peut espérer "expliquer" sa

symétrie par un processus évolutif à partir d'un état initial très condensé - et de très petites dimensions. Une analogie: si une bombe explose dans le vide, elle produit un nuage sphérique en expansion quelle que soit sa forme et éventuellement sa rotation initiales; la symétrie $SO(3)$ apparaît ici par la seule évolution de l'explosion.

De même, si l'univers est passé par un stade en rotation rapide, donc certainement non homogène, nous savons que cette rotation a nécessairement été effacée par l'expansion.

Il est donc possible que la symétrie actuelle soit ACQUISE - et non initiale; les fluctuations évoquées plus haut seraient l'une des traces de la dissymétrie initiale.

Mais l'étude d'un univers non symétrique est difficile; la seule voie qui ait conduit à des résultats calculables concerne les modèles proches d'un modèle de Friedmann, traités par une méthode de perturbations (Lifchitz et Khalatnikov). D'autres recherches sont donc nécessaires.

Le verdict de la photométrie

Sans connaître individuellement l'intensité lumineuse réelle de chaque galaxie, on peut s'attendre à ce que les galaxies les plus lointaines soient généralement les moins brillantes; il doit donc exister une corrélation statistique entre le décalage spectral z des galaxies et leur magnitude M (nombre qui indique conventionnellement leur luminosité apparente). C'est par cette voie que Hubble a vérifié la loi qui porte son nom: le décalage spectral z est proportionnel à la distance - évaluée selon la loi classique de la photométrie (inverse carré).

Mais cette proportionnalité n'est qu'une approximation du premier ordre, valable pour les objets proches, et indépendante des paramètres du modèle.

Au contraire, pour les grands décalages spectraux, la photométrie des objets lointains peut permettre de DISCRIMINER LES MODELES, parce que ces modèles font des prédictions différentes sur la relation statistique entre z et M .

Bien sûr cette méthode est délicate; les mesures photométriques et colorimétriques brutes demandent quelques corrections avant d'être utilisables; et les formules courantes ne sont pas toujours suffisantes.

Une difficulté de principe pourrait provenir de ce qu'on appelle l'"évolution des sources": du fait que les objets les plus lointains sont observés dans un passé reculé, la statistique de leurs propriétés pourrait différer à cette époque de la statistique actuelle.

On peut remédier à cette difficulté en traitant des catégories différentes d'objets. Si l'hypothèse de non-évolution appliquée à ces diverses catégories conduit à des résultats concordants, l'hypothèse d'évolutions distinctes qui "conspirent" pour nous faire faire la même erreur deviendra improbable.

C'est bien ce qui se passe en ce qui concerne les QUASARS d'une part, les GALAXIES BRILLANTES d'autre part. Plusieurs études indépendantes (Fliche et al. 1979; Gunn et al. 1980) conduisent à des modèles ACCELERES (le

taux d'expansion est actuellement croissant); ce qui implique une constante cosmologique POSITIVE (annexe 1, 23).

Nous donnons dans l'annexe 1 (24) les paramètres d'un modèle en accord avec ces données: c'est un modèle à Big-Bang, fermé, avec une expansion irréversible.

La méthode de photométrie statistique, appliquée à de nouvelles observations (échantillons nombreux, diversifiés et calibrés) doit permettre de préciser ce verdict provisoire.

Mais dès maintenant, on peut faire sur le modèle ainsi déterminé une remarque intéressante: il se trouve que la distance des sources du rayonnement cosmologique est proche de la distance maximale d_0 ; ce qui signifie que nous observons dans toutes les directions du ciel UNE SEULE PETITE REGION, proche de nos "antipodes riemanniens"; on peut interpréter cet effet comme une FOCALISATION de la lumière due à sa propagation dans un espace à courbure positive.

Dans un modèle de ce type, les sources du rayonnement que nous observons appartiennent à une seule "cellule causale", et l'isotropie du rayonnement observé implique seulement l'isotropie de la propagation de la lumière depuis l'époque du découplage. Le problème des fluctuations évoqué plus haut recevrait ainsi une solution.

-6- UN UNIVERS ANISOTROPE?

Où est donc passée l'antimatière?

Une remarque tout à fait banale, c'est que l'univers est électriquement neutre; mais ce simple fait mérite quelque réflexion.

Schématisons en supposant l'univers composé uniquement de protons et d'électrons. La neutralité que l'on constate implique que les deux constituants sont en nombre égal avec la précision extraordinaire de 10^{-40} ; dans le cas contraire, en effet, la répulsion électrostatique l'emporterait sur l'attraction gravitationnelle, et la loi de Newton ne serait même pas observable.

Deux arguments indiquent que la neutralité électrique doit être générale dans l'univers:

- des charges en excès dans une région quelconque, quel que soit leur signe, se disperseraient sous l'effet de leur propre répulsion;
- il n'existe pas de modèle d'univers électriquement chargé qui possède la symétrie que l'on constate dans l'univers réel.

Il faut donc admettre que le nombre de protons dans tout l'univers est très rigoureusement égal au nombre des électrons. Et pourquoi donc?

Si on dresse la liste de toutes les particules connues, on constate que cette liste est SYMETRIQUE; il s'agit d'une symétrie binaire, qu'on

note parfois par une barre: au proton p est associé l'antiproton \bar{p} , au neutron n l'antineutron \bar{n} , à l'électron le positon, etc. Deux particules ainsi associées sont dites "antiparticules" l'une de l'autre. Il peut arriver qu'une particule soit sa propre antiparticule: c'est le cas du photon.

Des réactions peuvent se produire entre particules, avec des règles de bilan tout à fait analogues à celles des réactions chimiques ordinaires:

- chaque particule véhicule des grandeurs appelées "nombres quantiques" (exemple: la charge électrique), et la somme de chacune de ces grandeurs doit être la même avant et après la réaction;

- un autre bilan doit être équilibré, celui des grandeurs mécaniques, au nombre de 10 (10 est la DIMENSION du groupe des symétries locales de l'espace-temps); parmi ces dix grandeurs figurent l'énergie et le spin.

Cette syntaxe élémentaire se complète par la règle suivante: une particule et son antiparticule ont des nombres quantiques opposés.

Quelques conséquences en découlent d'elles-mêmes:

- les nombres quantiques non-mécaniques du photon sont nuls;

- si l'énergie nécessaire est disponible, une paire particule-antiparticule peut toujours apparaître;

- toutes les réactions sont réversibles, et les paires peuvent disparaître en restituant l'énergie, par exemple en créant un ou plusieurs photons;

- si une réaction est possible, il existe une réaction possible où chaque particule est remplacée par son antiparticule.

D'où une hypothèse de travail: la matière existante n'est pas une donnée initiale de l'univers, mais elle est apparue par évolution naturelle à partir de "rien", c'est-à-dire de l'énergie disponible dans un état de température quasi-infinie, forme la plus simple et la plus symétrique du Big Bang. Dans ce cas tous les nombres quantiques de l'univers sont nuls - et en particulier la charge électrique, ce qui donne une explication de la neutralité observée.

Mais comment expliquer alors que nous rencontrons partout des protons et des électrons (constituants de l'hydrogène), et pas des antiprotons et des positons?

Deux types d'explication sont possibles:

(a) - Le "nombre baryonique", qui vaut +1 pour les protons et donc -1 pour les antiprotons, ne serait pas un nombre quantique strict (ce qui permettrait la désintégration spontanée de ce proton), contrairement à la charge électrique; ce qui aurait permis la DISPARITION DE L'ANTIMATIÈRE à un stade primitif du Big-Bang. Cette hypothèse, émise en 1967 par A. Sakha-

rov, a été reprise sous une forme voisine par la "grande unification" que nous avons évoqué plus haut.

(b) - Matière et antimatière sont nécessairement présentes en grandes quantités quand la température est suffisamment élevée (par création de paires à partir des photons). Quand l'univers se refroidit, des réactions inverses de dématérialisation se produisent, destructrices; s'il existait un petit déséquilibre local dans le taux matière/antimatière, UN PEU de matière pourra survivre; et peut-être sommes nous constitués de ce peu là. La PORTEE des forces peut expliquer l'état actuel: les forces électriques, à longue portée, limitent les fluctuations de densité électrique; les forces gravitationnelles, à longue portée également, limitent dans une certaine mesure les fluctuations de densité massique. Mais les réactions à courte portée ne peuvent s'opposer à des fluctuations fortes de densité baryonique (par exemple), donc à la répartition de la matière et de l'antimatière en des REGIONS SEPARÉES; régions qui occuperont des volumes égaux si les nombres quantiques globaux sont nuls. Cette hypothèse s'appelle la "COSMOLOGIE SYMETRIQUE".

Quelques observations peuvent confirmer cette hypothèse:

- les surfaces de contact entre zones de matière et d'antimatière devraient être le siège de réactions d'annihilation, qui sont parfaitement connues: l'énergie est essentiellement produite sous forme de photons gamma, qui peuvent se propager dans tout l'univers.

Effectivement, on observe dans le ciel un rayonnement gamma diffus, dont le spectre correspond à peu près à celui que produisent ces réactions d'annihilation;

- parmi les rayons cosmiques qu'on détecte dans la haute atmosphère ou dans l'espace, on constate à côté des protons une proportion notable d'antiprotons (1 pour 3000); leur répartition en énergie indique qu'il pourrait s'agir de composants primaires, qui n'auraient pas été créés sur place par une particule incidente de très haute énergie. Mais l'interprétation de ces observations n'est pas encore parfaitement claire. Dans ce domaine d'énergie, les protons cosmiques proviennent le plus souvent de l'explosion d'une étoile (supernova); de même ces antiprotons pourraient provenir de l'explosion d'une étoile d'antimatière, une "anti-supernova". L'observation éventuelle d'un "anti-noyau" plus lourd constituerait une preuve irréfutable de l'existence d'anti-matière sous forme condensée.

Il faut remarquer que matière et antimatière gravitent de la même façon et émettent des photons du même type (puisque il n'y a pas d'anti-photons distincts des photons); ceci explique que l'observation ne permette pas de distinguer matière et antimatière.

La question essentielle est de découvrir A QUELLE ECHELLE les régions de matière et d'antimatière ont pu se séparer. On peut faire l'hypothèse d'une corrélation entre cette répartition et les fluctuations évoquées plus haut; dans ce cas ce serait à l'échelle des super-amas, qui seraient alternativement composés de matière et d'antimatière, constituant une sorte d'émulsion. Cette hypothèse a été examinée avec soin, mais se heurte à une grave difficulté: elle implique un taux de rayons gamma bien supérieur à celui qui est observé. S'il existe de l'antimatière quelque part, c'est très loin de nous.

Un univers bi-parti

Nous allons maintenant exposer sommairement une possibilité qui a été envisagée par l'auteur et ses collaborateurs du Centre de Physique Théorique de Marseille (H.H. Fliche, R. Triay).

Le taux de rayons gamma observés ne s'oppose pas à l'existence de régions séparées de matière et d'antimatière, à condition que ce soit à une échelle beaucoup plus grande que celle des superamas.

Or ce que nous savons de la cosmologie ne nous propose qu'une seule échelle assez grande, celle de L'UNIVERS LUI-MEME dans le cas d'un modèle fermé.

La plus simple des hypothèses de ce genre est donc la suivante: DEUX REGIONS seulement dans l'univers, remplies respectivement de matière et d'antimatière, situées DE PART ET D'AUTRE D'UN PLAN. Pourquoi un plan? simplement parce que c'est la disposition la plus stable vis-à-vis des réactions de dématérialisation qui se produisent nécessairement sur les surfaces de contact matière-antimatière.

Bien entendu il s'agit ici d'un plan au sens de la géométrie de Riemann; un tel plan sépare l'espace courbe en deux régions de volume fini - le même volume bien entendu; il apparaît comme CONCAVE aux observateurs éloignés, et ce d'un côté comme de l'autre. Une analogie en dimension 2 : l'équateur terrestre, rectiligne s'il est vu de près, sépare la surface de la Terre en deux hémisphères, qu'il encercle l'un et l'autre.

Les effets qui se produiraient au voisinage d'un tel plan, à la suite des réactions d'annihilation, ont été étudiés par E. Schatzman et al.[1984]: les rayons gamma produits ont dû retarder le découplage, donc empêcher les condensations au voisinage de ce plan; ceci dans une zone dont on peut calculer la largeur. Il est possible aussi d'évaluer le taux et le spectre des particules qui doivent nous atteindre: rayons gamma en provenance du plan, anti-protons en provenance de l'au-delà du plan; ils sont compatibles avec les observations.

Or nous avons constaté en 1979 l'existence d'une zone d'absence dans la répartition spatiale des quasars; la perspective nous la fait percevoir comme une absence dans les décalages spectraux z , au voisinage d'une valeur qui dépend de la ligne de visée.

Le point le plus proche est dans la constellation d'Ophiuchus, avec un décalage spectral $z \sim 0,9$; certains quasars qui la bordent sont situés à 80° de cette direction, à $z \sim 2,7$. Sa largeur observée correspond précisément à la valeur théorique calculée ultérieurement par Schatzman.

Il s'agit bien d'une zone "plane" au sens riemannien - dans un modèle compatible avec l'analyse photométrique (§5); sa concavité apparente permet de l'observer sur près de la moitié du ciel.

On conçoit que l'observation d'une structure aussi grande (cinquante MILLIARDS d'années-lumière) et aussi rigide impose des conditions très strictes aux modèles cosmologiques; elle peut permettre de MESURER DIRECTEMENT L'UNIVERS.

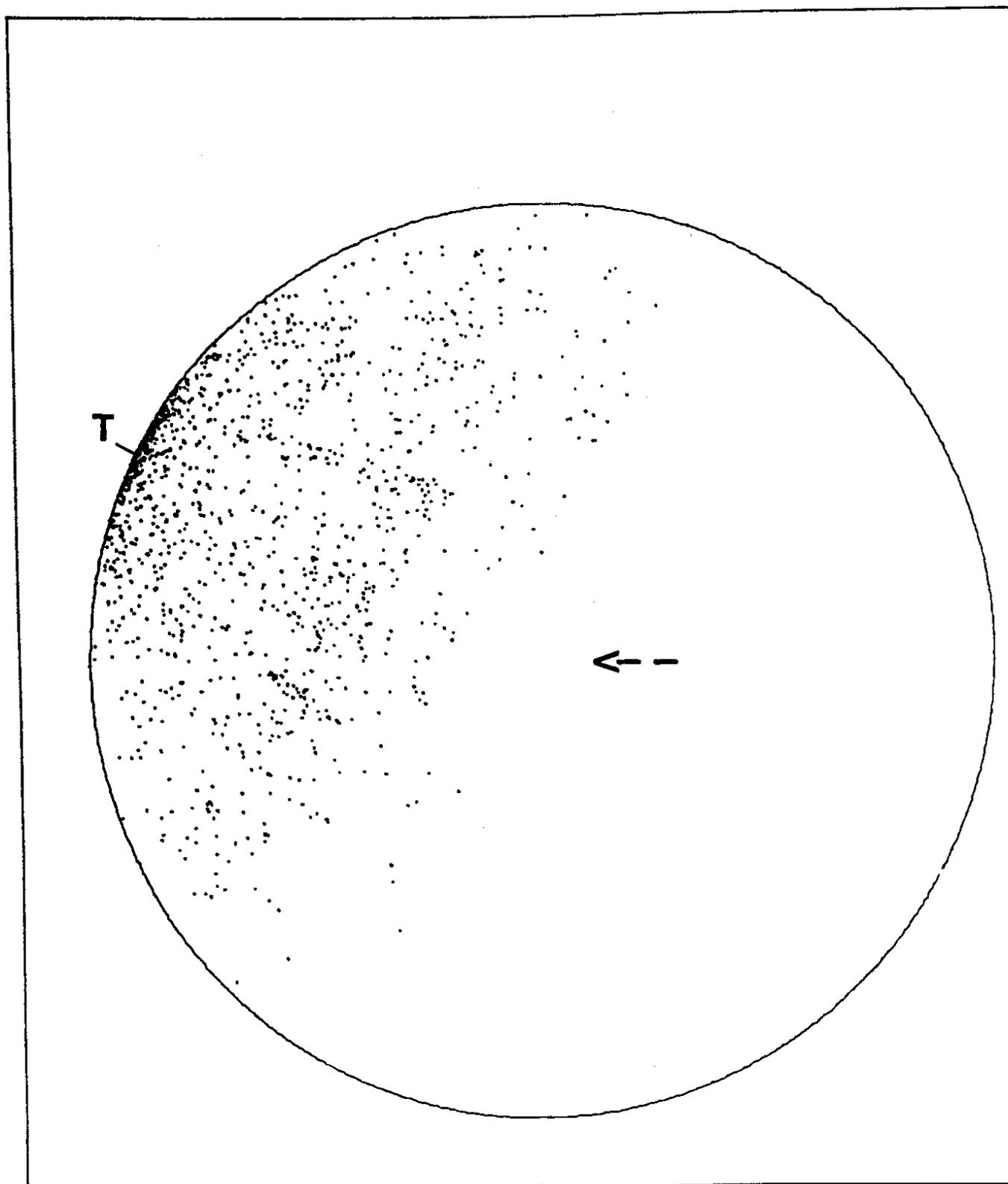
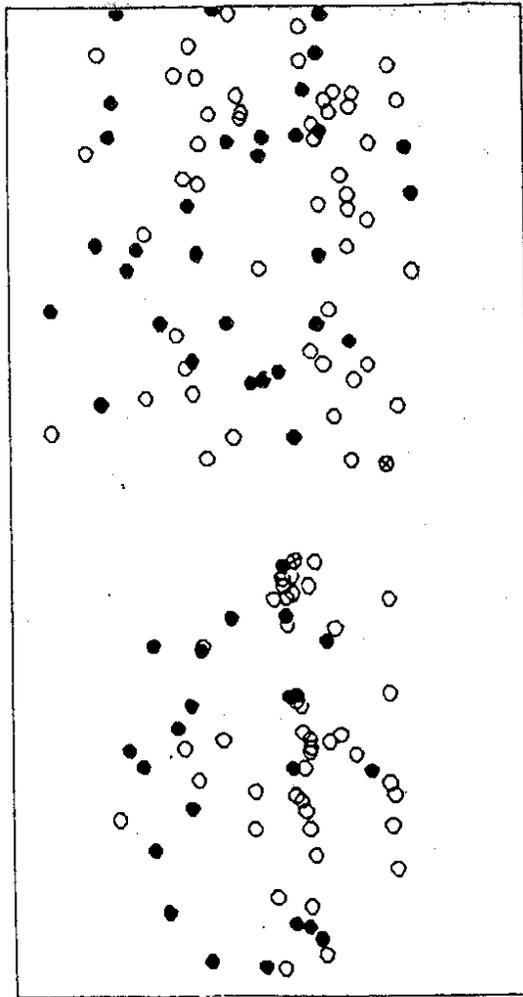


Figure 1

FIGURE
2



La figure 1 a été établie à l'aide d'une projection qui représente l'espace riemannien tout entier sur un disque; elle a la propriété de représenter des points équipartis dans l'espace par des points équipartis sur ce disque. Cette "Vue de l'Univers" représente TOUS LES QUASARS d'un catalogue; si l'univers est homogène et si tous les quasars étaient portés, ils devraient remplir uniformément ce disque. La disposition des points est bien différente, mais ces différences s'expliquent facilement par les possibilités d'observation; il est naturel, par exemple, que les points soient plus serrés au voisinage de la Terre T.

La zone d'absence est visible le long du diamètre horizontal du disque. Elle est plus facile à voir sur la figure 2, qui représente la région intéressante avec des coordonnées adaptées.

Parmi les quasars portés ici, ceux qui étaient observés lors de notre première détermination sont portés en noir; tous les autres ont été publiés depuis - et on constate qu'ils respectent la zone vide. En particulier, trois objets qui semblaient mal placés ont été réobservés à notre demande par B. Peterson. L'un d'eux n'était qu'une étoile, les deux autres, représentés par le signe \otimes , se sont "rangés" de part et d'autre.

Il est donc peu probable que ce manque d'objets soit le résultat

d'un hasard; de toutes façons, d'autres observations sont possibles immédiatement, qui constitueraient une vérification cruciale de l'existence de cette zone.

Un univers stratifié

Comment une telle séparation entre matière et anti-matière aurait-elle pu se produire?

Dans le scénario de la cosmologie symétrique, il faut supposer que le mélange initial matière-antimatière avait des fluctuations de composition dont certaines avaient une taille comparable à celle de l'Univers; elles seules auront survécu - les fluctuations plus petites auront été effacées sans laisser de trace lors des réactions de dématérialisation.

Pour des raisons que nous avons déjà indiquées, il semble prématuré de proposer un scénario détaillé pour ces fluctuations initiales (rotation rapide? inflation? etc.); mais il est facile d'analyser la SYMETRIE DE SES TRACES.

S'il existe réellement un plan (μ) séparant matière et antimatière, l'espace n'est évidemment plus homogène; mais le groupe G de la géométrie riemannienne reste valable à titre de SYMETRIE APPROXIMATIVE; une symétrie plus exacte étant fournie par un sous-groupe G_μ de G - le stabilisateur de (μ) [voir pour la suite les définitions données dans l'annexe 2 I.

Techniquement, le groupe G possède la structure $SO(4)$, et le sous-groupe G_μ la structure $SO(3)$.

Les traces éventuelles de cette dissymétrie peuvent alors être réparties sur les ORBITES de G_μ ; l'une de ces orbites est le plan (μ) lui-même, les autres sont des surfaces parallèles. On peut donc envisager une STRATIFICATION de l'univers selon ces orbites.

Une analogie (avec une dimension de moins): une planète comme la Terre ou Jupiter a acquis approximativement la symétrie $SO(3)$ (sphérique). Mais cette symétrie n'est qu'approximative: le mouvement de rotation sélectionne un sous-groupe $SO(2)$, stabilisateur de chaque pôle. Sans connaître les détails de la météorologie de ces planètes, on peut prévoir qu'elles produiront des effets répartis sur des orbites de $SO(2)$, qui sont des parallèles; et c'est bien ce qu'on constate (bandes de Jupiter, zones terrestres).

Il y a effectivement quelques indices d'une telle stratification de l'univers (dans la distribution des quasars par exemple); nous n'évoquerons ici que les traces éventuelles les plus proches - qui mettent en jeu notre propre orbite Ω . Orbite qui se présente, vue de près, comme un plan dont l'un des pôles est situé dans la constellation d'Orion, à 2° à l'ouest de Betelgeuse.

On sait depuis longtemps que le système des galaxies proches constitue une structure APLATIE (voir le §1); structure qui a été étudiée en détails par G. de Vaucouleurs, et qu'il a appelé SUPERAMAS LOCAL. Or il se trouve que l'orientation dans l'espace de ce super-amas est proche de celle de l'orbite Ω .

Des études récentes ont montré que la CINEMATIQUE du super-amas était plane elle aussi, et parallèle à Ω - avec une excellente précision (quelques degrés); que les régions H I des galaxies proches, observées au radio-télescope, présentent une très forte tendance statistique au parallélisme; elles suffisent à déterminer un pôle, qui n'est pas non plus discernable de celui de Ω .

Cette stratification locale constatée impose évidemment des contraintes très fortes aux modèles de formation des galaxies de notre super-amas.

Le "principe cosmologique" suggère que des contraintes de ce type sont universelles - que tous les super-amas sont stratifiés; avec l'alternative suivante: corrélation ou non-corrélation, à l'échelle cosmique, des directions de stratification. La coïncidence du plan de stratification locale avec l'orbite Ω est un indice de la première hypothèse - qui implique une anisotropie essentielle de l'Univers.

Annexe 1: UNIVERS NEWTONIEN

Equation d'évolution

On considère un fluide de densité ρ , de pression p ; la vitesse et l'accélération d'une particule du fluide sont notées \vec{v} et \vec{r} ; \vec{g} est l'accélération de la gravitation. G sera la constante de Newton, Λ la constante cosmologique.

- La loi fondamentale de la dynamique et la conservation de la masse s'expriment par les équations d'Euler:

$$(1) \quad \rho \vec{r} + \text{grad } p = \rho \vec{g}$$

$$(2) \quad \text{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- La loi de la gravitation universelle se formule par les équations:

$$(3) \quad \text{rot } \vec{g} = 0$$

$$(4) \quad \text{div } \vec{g} = -4\pi G \rho + \Lambda$$

Nous cherchons les solutions homogènes de ces équations: à chaque instant, la pression et la densité sont les mêmes partout:

$$(5,6) \quad p = p(t) \quad \rho = \rho(t)$$

et le mouvement est réduit à une dilatation-compression homogène:

$$(7) \quad \vec{AB} = R(t) \vec{A_0 B_0} ;$$

dans cette équation (7), A et B désignent deux molécules arbitraires

du fluide, A_0 et B_0 leurs positions à une date t_0 choisie arbitrairement (l'époque actuelle par exemple). La fonction d'échelle R prend évidemment la valeur 1 à la date de référence:

$$(8) \quad R(t_0) = 1$$

- En dérivant deux fois l'équation (7) par rapport au temps, on trouve:

$$(9) \quad \vec{v}_B - \vec{v}_A = R' \overrightarrow{A_0 B_0} = R'/R \overrightarrow{AB};$$

et:

$$(10) \quad \vec{\Gamma}_B - \vec{\Gamma}_A = R'' \overrightarrow{A_0 B_0} = R''/R \overrightarrow{AB}.$$

Ces formules (9) et (10) donnent la répartition spatiale des vitesses et des accélérations: il suffit de choisir la molécule A (par exemple notre propre Galaxie) et de considérer que B décrit l'espace. Par dérivation spatiale, on en déduit:

$$(11) \quad \text{rot } \vec{v} = 0 \quad \text{div } \vec{v} = 3R'/R$$

$$(12) \quad \text{rot } \vec{\Gamma} = 0 \quad \text{div } \vec{\Gamma} = 3R''/R$$

- Compte tenu de (6) et (11), l'équation (2) se réduit à:

$$3\rho R'/R + \rho' = 0;$$

en multipliant par R^3 , on voit que la dérivée de ρR^3 est nulle; d'où:

$$(13) \quad \rho = \rho_0 / R^3;$$

ce résultat peut se trouver directement en écrivant la conservation de la masse contenue dans une sphère.

- D'après (5), le gradient de la pression est nul: la variable p disparaît de l'équation (1), qui devient

$$\vec{g} = \vec{\Gamma};$$

grâce à (12) et (13), le système des équations gravifiques (3,4) se réduit à:

$$(14) \quad 3 \frac{R'''}{R} + \frac{4\pi G \rho_0}{R^3} - \Lambda = 0 .$$

Cette équation différentielle s'intègre en deux étapes:

- en multipliant le deux membres par le facteur $RR'/3$, on fait apparaître des dérivées exactes, ce qui fournit une constante d'intégration:

$$(15) \quad K = \frac{R'^2}{2} - \frac{4\pi G \rho_0}{3R} - \frac{\Lambda R^2}{6} ;$$

- on tire ensuite $R' = \frac{dR}{dt}$ par une racine carrée; pour des raisons pratiques, nous écrirons le résultat sous la forme:

$$(16) \quad dt = \frac{1}{H_0} \frac{R dR}{\sqrt{P(R)}} ,$$

P étant un polynôme du 4ème degré; H_0 désigne le taux d'expansion de l'univers, c'est-à-dire la valeur de R'/R à la date actuelle t_0 . Le coefficient $1/H_0$ est choisi pour que la valeur actuelle de P soit 1; compte tenu de (8), ceci s'écrit:

$$(17) \quad P(1) = 1.$$

Le développement de P :

$$(18) \quad P(R) = \lambda_0 R^4 - k_0 R^2 + \Omega_0 R ,$$

fait donc intervenir des coefficients sans dimensions; on tire facilement de (15):

$$(19) \quad \lambda_0 = \frac{\Lambda}{3H_0^2} ; \quad k_0 = \frac{-2K}{H_0^2} ; \quad \Omega_0 = \frac{8\pi G \rho_0}{3H_0^2}$$

et on obtient enfin la fonction d'échelle R par une quadrature:

$$(20) \quad t_0 - t = \frac{1}{H_0} \int_R^1 \frac{R dR}{\sqrt{P(R)}}$$

Le facteur $1/H_0$ (qu'on appelle "temps de Hubble") a été mesuré par divers observateurs; il est de l'ordre de dix milliards d'années. Quant à l'intégrale, elle se calcule facilement avec un micro-ordinateur ou même une calculatrice programmable; il suffit pour cela de connaître les coefficients λ_0 , k_0 , Ω_0 ; ces nombres sont liés par la relation (17), soit:

$$(21) \quad \lambda_0 - k_0 + \Omega_0 = 1.$$

Il suffit donc de deux paramètres pour caractériser le modèle; on a l'habitude de choisir le "paramètre de densité" Ω_0 et le "paramètre de décélération":

$$(22) \quad q_0 = -R_0''/R_0'^2$$

alors

$$(23) \quad \lambda_0 = \frac{1}{2} \Omega_0 - q_0, \quad k_0 = \frac{3}{2} \Omega_0 - q_0 - 1;$$

voici pour fixer les idées des valeurs des paramètres qui sont compatibles avec toutes les observations citées ici:

$$(24) \quad \begin{array}{ll} \Omega_0 = 0.10 & q_0 = -1.12 \\ \lambda_0 = 1.17 & k_0 = 0.27 \end{array}$$

L'âge correspondant de l'univers est de 15 milliards d'années si on adopte la valeur $H_0 = 100$ km/s/Mpc proposée par De Vaucouleurs.

La solution que nous venons de décrire possède bien la symétrie euclidienne; mais il faut quelque attention pour le vérifier. Apparemment, l'espace n'est pas homogène, puisqu'il existe un point privilégié où s'annule le vecteur \vec{g} .

Ce paradoxe vient du fait que, contrairement à une opinion répandue, l'accélération "absolue" n'est pas une quantité observable, mais seulement l'accélération relative de deux points; Newton lui-même l'a expliqué clairement. En d'autres termes, l'opération qui consiste à ajouter au vecteur \vec{g} une fonction du temps seul est inobservable; et la symétrie concerne seulement les grandeurs observables.

Faute d'avoir reconnu ce fait, on a longtemps cru que le seul modèle cosmologique newtonien homogène décrivait un univers vide; c'est à cause de cette erreur conceptuelle que le modèle relativiste de Friedmann est historiquement antérieur au modèle newtonien décrit ici.

La géométrie des structures newtoniennes a été établie par E. Cartan; les

composantes du vecteur \vec{g} sont en fait les "symboles de Christoffel" d'une certaine connexion, et les dérivées spatiales de \vec{g} les composantes du tenseur de courbure.

Décalage spectral

Le calcul du décalage dans le modèle relativiste est très simple, et peut d'ailleurs se faire de deux façons, avec un résultat équivalent: propagation de la lumière, trajectoires des photons. Mais les mêmes formules peuvent s'obtenir dans le modèle newtonien.

Nous caractérisons ici la propagation de la lumière par le simple fait suivant: sa vitesse PAR RAPPORT A LA MATIERE est égale à la constante universelle c .

Considérons donc un photon qui se propage dans la direction caractérisée par un vecteur unitaire \vec{u} ; deux dates t_1 et t_2 ; A et B les positions du photon à ces dates; A_0 et B_0 les positions à la date t_0 des molécules du fluide coïncidant avec le photon à ces deux dates.

La propagation avec la vitesse c s'exprime par la formule:

$$(25) \quad \frac{dB}{dt_2} = \vec{V}_B + c \vec{u}$$

qui se traduit, grâce à (9), par:

$$(26) \quad \frac{dB_0}{dt_2} = \frac{c}{R(t_2)} \vec{u}$$

ou encore par:

$$(27) \quad \vec{A_0 B_0} = c \vec{u} \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{R(t)}$$

ou, compte tenu de l'équation d'évolution (16):

$$(28) \quad \overrightarrow{A \cdot B}_0 = \frac{c}{H_0} \overrightarrow{u} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{\sqrt{P(R)}}$$

Considérons maintenant des signaux lumineux successifs émis par la molécule A et reçus par B ; la formule (27) indique, entre les dates d'émission et de réception t_1 et t_2 la relation:

$$(29) \quad \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{R(t)} = Cte$$

qui se dérive en:

$$(30) \quad \frac{dt_2}{R(t_2)} = \frac{dt_1}{R(t_1)}$$

La période du signal reçu est donc le produit de la période d'émission par:

$$(31) \quad 1+z = \frac{dt_2}{dt_1} = \frac{R(t_2)}{R(t_1)}$$

En particulier, si nous observons aujourd'hui ($t = t_0$) un objet avec le décalage spectral z , nous le voyons tel qu'il était à la date t définie par:

$$(32) \quad R(t) = \frac{1}{1+z}$$

donc à une époque dont l'ancienneté est:

$$(33) \quad \frac{1}{H_0} \int_{1/1+z}^1 \frac{RdR}{\sqrt{P(R)}}$$

(Cf. (20)); la distance ACTUELLE de l'objet est:

$$(34) \quad \frac{c}{H_0} \int_{1/1+z}^1 \frac{dR}{\sqrt{P(R)}}$$

(Cf. 28).

- Dans le cas où on néglige k_0 et Ω_0 devant λ_0 , on a $P(R) = R^4$, et cette formule donne:

$$d = c z / H_0,$$

c'est-à-dire exactement la LOI DE HUBBLE; celle-ci reste valable dans tous les modèles pour les petites valeurs de z .

Les formules (29) à (34) sont EXACTEMENT les mêmes dans le modèle relativiste.

Thermodynamique du rayonnement

Le rayonnement du corps noir à la température T est caractérisé par un référentiel d'équilibre, une pression de radiation:

$$(35) \quad p = a T^4$$

une densité d'énergie:

$$(36) \quad E = 3p$$

et une densité d'entropie:

$$(37) \quad \sigma = b T^3;$$

a et b désignent des constantes universelles.

Si une région de volume v contient du rayonnement et se dilate sans interagir avec lui, le bilan d'énergie se solde par l'équation:

$$(38) \quad p dv + d(Ev) = 0$$

qui, avec les valeurs ci-dessus de p et E , s'écrit:

$$(39) \quad d(T^3 v) = 0;$$

dans le présent modèle, la conservation de la masse s'écrit:

$$d(\rho v) = 0;$$

par conséquent les variables ρ et T^3 sont proportionnelles et, grâce à (13):

$$(40) \quad T = T_0/R$$

T_0 étant la température actuelle (2.8°K). On obtient ainsi la température à tout instant.

Il reste à vérifier que l'expansion du rayonnement est bien adiabatique, c'est-à-dire que la densité d'entropie σ vérifie la relation de conservation

$$(41) \quad \frac{\gamma \sigma}{\partial t} + \text{div}(\sigma \vec{V}) = 0;$$

ceci résulte immédiatement des formules (37), (40) et (11). Cette formule peut aussi s'interpréter comme la conservation du nombre des photons.

- La possibilité de conserver simultanément l'énergie et l'entropie dans une dilatation permet au rayonnement de rester à tout instant un rayonnement de corps noir; on constate qu'elle résulte de la relation (36): $E = 3p$; celle-ci exprime l'invariance conforme du rayonnement, ou si on préfère la nullité de la masse du photon.

- On obtient encore une fois les mêmes résultats avec le modèle relativiste, à une correction près toutefois. La densité d'énergie E du rayonnement et sa pression p sont aussi des sources du champ de gravitation. Cette correction se solde simplement par l'addition d'un terme constant:

$$\alpha_0 \sim 0,00005$$

au polynôme P (18), la condition (17) restant vraie.

Numériquement cette correction est tout à fait négligeable pour les petites valeurs de z (Cf. (24)). Au contraire, ce terme devient prépondérant dans la phase la plus chaude; c'est lui le "moteur de l'expansion" que nous avons évoqué au §4. Si on néglige les autres termes devant lui, on obtient le modèle radiatif qui a permis à Gamow de prédire l'existence du rayonnement.

Annexe 2: GROUPES ET ACTIONS DE GROUPES

Groupes

On sait qu'un GROUPE est un ensemble G d'éléments g, g', g'', \dots , possédant une loi de composition

$$g g'$$

qui est associative:

$$(g g') g'' = g (g' g'')$$

mais pas forcément commutative; on demande en plus l'existence d'un élément NEUTRE e :

$$e g = g e = g$$

et d'un inverse g^{-1} pour tout élément g :

$$g^{-1} g = g g^{-1} = e$$

Une partie H de G s'appelle un SOUS-GROUPE si elle contient e et si on n'en sort pas par la loi de composition ni l'inversion: si h et h' sont pris dans H , h^{-1} et hh' sont aussi dans H .

Choisissons un élément g de G , et considérons les éléments de G qui peuvent s'écrire:

$$g h g^{-1},$$

h étant choisi dans H ; à cause de la non commutativité du groupe, il peut arriver qu'ils constituent une autre partie de G , qu'on écrit simplement:

$$g H g^{-1}$$

mais il est élémentaire de vérifier qu'il s'agit toujours d'un sous-groupe; on dit qu'il est CONJUGUE de H par g .

Actions

On définit une ACTION d'un groupe G sur un ensemble quelconque S comme une opération:

$$g s$$

entre un élément g de G et un élément s de S ; opération dont le résultat est encore un élément de S ; on demande les règles suivantes:

$$e s = s$$

$$(g g') s = g (g' s)$$

On dit que l'espace est HOMOGENE si un point s_0 peut être "envoyé" sur tous les autres par l'action de g ; c'est-à-dire si les points:

$$g s_0$$

remplissent S quand on fait varier g .

On appelle STABILISATEUR de s_0 l'ensemble des éléments g du groupe qui envoient s_0 sur lui-même:

$$g s_0 = s_0$$

il est très facile de montrer que cet ensemble G_0 est un SOUS-GROUPE de G .

Supposons l'espace homogène. Si s_0 et s_1 sont deux points de S , leurs stabilisateurs sont reliés par la relation:

$$G_1 = g G_0 g^{-1}$$

g étant l'un des éléments qui envoient s_0 sur s_1 ; on voit ainsi que ces sous-groupes sont CONJUGUES.

Réciproquement, chaque fois que nous avons un groupe G et un sous-groupe QUELCONQUE G_0 , on vérifie qu'il existe:

- 1) Un espace homogène S
- 2) Un point s_0 de S

tels que le stabilisateur de s_0 coïncide avec le groupe G_0 , et que cette construction est ESSENTIELLEMENT UNIQUE (on passe d'une solution à l'autre par une correspondance ponctuelle bi-univoque). L'espace S ainsi construit s'appelle ESPACE QUOTIENT, et se note:

$$G/G_0$$

Par conséquent, tout espace homogène de G peut se reconstituer à l'aide de G et du stabilisateur G_0 de l'un de ses points: il S'IDENTIFIE au quotient G/G_0 .

Exemples

Soit n un entier. L'ensemble des matrices carrées de format $n \times n$ qui sont inversibles forment un groupe, qu'on appelle GROUPE LI-

NEAIRE, et qui se note

$GL(n)$.

Les matrices dont l'inverse coïncide avec la transposée (obtenue par échange des lignes et des colonnes) forment un sous-groupe, dit ORTHOGONAL, et noté $O(n)$; toute matrice g prise dans $O(n)$ a un déterminant qui vaut ± 1 ; le cas $\det(g) = +1$ définit le sous-groupe

$SO(n)$

(groupe "spécial orthogonal").

C'est ainsi qu'on peut définir le groupe $SO(3)$ des "rotations d'espace"; le groupe $SO(5)$ qui est à la base d'une des versions de la théorie grand-unifiée; etc.

Le groupe $SO(4)$, lui, est le groupe de symétries des modèles cosmologiques fermés (géométrie de Riemann).

En effet, le groupe des rotations spatiales $SO(3)$ peut être "inclus" dans $SO(4)$, en identifiant une rotation R avec la matrice de format 4×4 :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & R & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

On obtient ainsi un sous-groupe G_0 de $G = SO(4)$; l'ESPACE QUOTIENT:

$$S^3 = G/G_0 = SO(4)/SO(3)$$

est un modèle pour l'espace de la géométrie de Riemann à 3 dimensions; conformément au programme du §2, le stabilisateur d'un point arbitraire a bien la structure $SO(3)$.

On complète le modèle de Friedmann en définissant l'évolution temporelle par une solution de l'équation d'évolution; la symétrie du modèle est ici explicite, ce qui permet d'effectuer simplement tous les calculs utiles; par exemple trouver la position de chaque quasar dans l'espace S^3 , ainsi que sa projection sur le disque de la figure 1.

Les espaces d'Euclide et de Lobatchevski peuvent aussi se construire comme des quotients de groupes de matrices - mais les définitions nécessaires sont un peu plus compliquées que dans le cas riemannien.

Orbites

Si un groupe G agit sur un ensemble S , mais que S n'est pas homogène, on peut le DECOUPER en espaces séparés, qui sont tous homogènes pour l'action de G ; on les appelle ORBITES de G ; rien à voir donc avec les orbites des astronomes.

L'orbite qui passe par un point s_0 , est simplement l'ensemble des points de S qui peuvent s'écrire

$$g s_0$$

pour un choix convenable de g dans G ; cette orbite peut elle-même s'identifier au quotient de G par le stabilisateur de s_0 . En général, il n'y a aucune raison pour que les différentes orbites qui composent S soient "identiques".

Par exemple le groupe $SO(4)$ agit sur l'espace \mathbb{R}^4 des matrices-colonnes par multiplication matricielle. Le groupe G_0 ci-dessus est le stabilisateur de:

$$s_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

l'orbite de s_0 est donc un modèle de l'univers S^3 ; cette orbite est elle-même stratifiée par les orbites du sous-groupe G_μ (§6), qui est l'un des conjugués de G_0 .

Quelques références

Sur la Loi de Hubble:

- Hubble E. (1929) Pro.Nat.Acad.Sci. 15,168

Sur les décalages spectraux:

- Sandage A. "Galaxies and the Universe", (1972) Midway Reprint

Sur la valeur de la constante de Hubble:

- De Vaucouleurs G. (1982) Nature, 299, 5881, 303-307

Sur la cinématique des galaxies proches:

- Souriau J.M. "Un modèle d'Univers confronté aux observations", in "Dynamics and Processes", Springer Lect. Notes in Math. 1031 (1983), 114-160

- De Vaucouleurs G. (1983) "Recent Studies of the Local Supercluster" (preprint)

Sur la photométrie et la statistique des galaxies et des quasars:

- Sandage A. (1967) *Astrophys.J.* 146,13
- Fliche H.H., Souriau J.M. (1979) *Astron. Astrophys.* 78, 87-99
- Gunn J.E., Hoessel J.G., Thuan T.X. (1980) *Astrophys. J.* 241, 486

Sur les raies d'absorption dans les spectres des quasars:

- Sargent W.L.W., Boksenberg A. in "Quasars and gravitational Lenses", *Proc. 24th Liege Int. Astrophys. Col.*, 519 (1983)

Sur les fluctuations et l'isotropie du rayonnement cosmologique:

- Silk J. (1968) *Astrophys.J.* 151,459
- Blanchard A. (1984) *Astron.Astrophys.* 132,359
- Uson J.M., Wilkinson D. (1984) *Astrophys. J.* 283, 471

Sur les théories grand-unifiées, inflationnistes, super-symétriques:

- Guth A. (1981) *Phys. Rev.* D23,347
- Albrecht A., Steinhardt P.J. (1982) *Phys.Rev.Letters* 48,1220
- Linde A.D. (1982) *Phys.Letters* 114B,431
- Yoshimura M. in "Symposium on Cosmic Rays and Particle Physics", Tokyo (1984)
- Ellis J., Enqvist K., Gelmini G., Kounas C., Masiero A., Nanopoulos D.V., Smirnov A.Y (1984) *Phys.Letters* 147b,27

Sur la bipartition et l'anisotropie de l'Univers:

- Souriau J.M. (1979) "Stratification de l'Univers", in "Einstein, Colloque du centenaire", Ed. C.N.R.S.
- Fliche H.H., Souriau J.M., Triay R. (1982) *Astron. Astrophys.* 108, 256-264
- Souriau J.M. "Un modèle d'Univers confronté aux observations", in "Dynamics and Processes", Springer Lect. Notes in Math. 1031 (1983), 114-160
- Fliche H.H., Souriau J.M., Triay R. (1983) "Parallélisme des halos de galaxies et des nébulosités associées aux Q.S.O.", *Prétirage* 1502, Centre de Physique Théorique, Marseille
- Fliche H.H., Souriau J.M., "les régions externes des galaxies ne sont pas orientées au hasard", in "Clusters and group of Galaxies", *Int. Meet. held in Trieste - Reidel* (1984), p.77
- Fichtel S.E., Simpson G.A., Thompson D.J. (1978) *Astrophys. J.* 222, 833
- Desert F.X., Schatzman E., "Physical constraints on the bipartition model of the Universe", *prétirage*, (1984)