Jean-Marie Souriau

Titres et Travaux

mars 1990

Etat Civil

Nom :	**SOURIAU**
Prénoms	Jean-Marie
Date et lieu de naissance	3 juin 1922, Paris 6ème
Situation de famille :	Marié à **Christianne Hoebrechts** (décédée en 1985) père de cinq enfants : **Isabelle**, **Catherine**, **Yann**, **Jérôme**, **Magali**

Curriculum Vitæ

1932-1942	Études secondaires à Nancy, Nîmes, Grenoble, Versailles
1942	Élève de l'École Normale Supérieure
1944	Engagé volontaire
1946	Agrégé de Mathématiques
1946	Attaché de recherches au CNRS
1947-1952	Ingénieur, puis chef de groupe de recherches à l'ONERA
1952	Docteur ès Sciences
1952-1958	Maître de Conférences, puis Professeur titulaire à l'Institut des Hautes Études de Tunis
depuis 1958	Professeur à l'Université d'Aix-Marseille
1978-1985	Directeur du Centre de Physique Théorique de Marseille

Fonctions actuelles

Professeur de Mathématiques à l'**Université de Provence** (Aix-Marseille I) ; classe exceptionnelle, deuxième échelon.

Directeur au **Centre de Physique Théorique** de Marseille (Laboratoire propre du CNRS) des équipes de recherche : Mécanique théorique, Géométrie et quantification, Astronomie et cosmologie.

Membre de la Société Mathématique de France et de la Société Française des Spécialistes d'Astronomie.

Enseignement supérieur

1948-1952 : Création d'un enseignement de formation permanente délivré à l'École Spéciale des Travaux Aéronautiques (ESTA, Paris) sous le titre général : **Méthodes nouvelles de la Physique Mathématique**.

1951-1952 : création du cours de Mécanique en troisième année de l'École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique (ÉNSET, Paris).

Depuis 1952 : enseignement universitaire des disciplines suivantes : **Mathématiques, Mécanique, Relativité, Méthodes mathématiques de la physique, Informatique**.

Cours dans des Universités étrangères : Université de Rio-de-Janeiro ; Ecole Normale Supérieure de Pise ; Université de Rome ; Université de Genève.

Direction pendant cinq ans du troisième cycle interuniversitaire de **Mathématiques Pures** (Marseille).

Direction pendant cinq ans du troisième cycle interuniversitaire de **Physique Théorique** (Marseille-Nice).

Publication de plusieurs **cours et ouvrages d'enseignement supérieur** (*références 26, 38, 41, 50, 57, 59, 61, 76, 86 ci-dessous*)

Direction de Thèses de Doctorat (depuis 1981)

Henri-Hugues Fliche : *Évaluation des paramètres cosmologiques à l'aide des propriétés optiques des quasars. Fluctuation des modèles de Friedmann-Lemaître*, Marseille 1981.

Rapporteurs et membres du Jury : A. Lichnerowicz, A.Grossmann, E. Schatzman, J.M. Souriau, G de Vaucouleurs, A. Visconti.

Christian Duval : *Quelques procédures géométriques en dynamique des particules*, Marseille 1982.

Rapporteurs et membres du Jury : H. Bacry, J. Ehlers, D. Kastler, M. Mebkhout, J.M. Souriau, S. Sternberg.

Paul Donato : *Revêtements et groupe fondamental des espaces différentiels homogènes*, Marseille 1984.

Rapporteurs et membres du Jury : J. Bellissard, J. Breuneval, A. Lichnerowicz, J.M. Souriau, W.T. Van Est, A. Weinstein.

Peter A. Horvathy : *Quelques propriétés topologiques des monopoles magnétiques*, Marseille 1985.

Rapporteurs et membres du Jury : J. Bellissard, D. Kastler, L. Michel, D. Olive, L. O'Raifeartaigh, J.M. Souriau.

Patrick Iglesias : *Fibrations difféologiques et homotopie*, Marseille 1985.

Rapporteurs et membres du Jury : D. Bennequin, J. Breuneval, J. Dixmier, P. Donato, J. Pradines, J.M. Souriau, R. Stara.

Claude Vallée : *Lois de comportement des milieux continus dissipatifs compati- bles avec ta physique relativiste*, Poitiers 1987.

Rapporteurs et membres du Jury : MM. Geymonat, Nayroles, Saulnier, Souchet , Souriau.

Gisbert Tuynman : *Studies in Geometric Quantization*, Amsterdam 1988.

Rapporteurs et membres du Jury : E. De Jager, J.J. Duistermaat, J. Korevaar, E. Looijenga, S. Ruijsenaars. J.M. Souriau, W.T. Van Est

Direction de thèses en préparation : **J. Elhadad, R. Triay, F. Ziegler**

Relations internationales

Séjours de travail à t'étranger sur l'invitation des organismes suivants : Universités ou Instituts de Recherche d'Amsterdam, Bielefeld, Bonn, Bruxelles, Copenhague, Edmonton, Genève, Istambul, Liége, Louvain-la-Neuve, Madrid, Naples, Neuchâtel, Nimègue, Rio-de-Janeiro, Rome, Sao-Paulo,Turin, Valence, Varsovie ; American Mathematical Society, European Southern Observatory, International Center for Theoretical Physics, etc.

Fonctions de **rapporteur** pour diverses revues et fondations internationales ; membre du Comité d'Édition du Journal of Geometry and Physics (Florence).

Organisation de **réunions scientifiques internationales** en France et à l'étranger ; notamment organisation et édition de deux **Colloques Internationaux du CNRS** (68, 81) et de **Journées de la Société Mathématique de France ; Congrès International de l'IANIP** (International Association for Mathematical Physics) 1986 ; etc.

Distinctions

Chevalier des Palmes Académiques

Chevalier de l'Ordre national du Mérite

Prix sur le sujet **Vibrations** mis au concours par l'Association pour la Recherche Aéronautique (1952)

Prix sur le sujet **Cosmologie** mis au concours par la Fondation Louis Jacot, avec H.H. Riche (1978)

Grand prix Jaffé de l'Académie des Sciences (1981)

Grand prix Scientifique de la Ville de Paris (1986)

Principaux thèmes de recherche

(1) Mécanique appliquée

J’ai étudié les problèmes de **vibrations** et de stabilité qui se posent en aéronautique et dans quelques autres techniques ; ce travail m’a permis de mettre au point des critères de **stabilité** qui se présentent sous la forme d’algorithmes facilement calculables à partir de données théoriques ou d’essais ; ils ont été régulièrement utilisés depuis dans divers domaines (avions subsoniques et supersoniques, instruments de navigation, etc.). Ces travaux on abouti à ma thèse de Doctorat d’État **"Sur la stabilité des avions"**.

Voir les références ci-dessous (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 13, 14, 15).*

(2) Mécanique théorique

Les découvertes de Lagrange ("Mécanique analytique", 1788-1813), peuvent aujourd’hui s’interpréter en termes de géométrie différentielle globale : l’**ensemble des mouvements** [1] d’un système dynamique est une variété, munie d’un tenseur antisymétrique plat (forme symplectique) dont les composantes contravariantes et covariantes sont respectivement les "parenthèses" et les "crochets" de Lagrange. Cette structure contient toutes les informations pertinentes sur les propriétés du système (positions, vitesses, forces, etc.).

***

Les **symétries** d’une variété symplectique définissent une fonction que j’ai appelée **moment**, et qui prend ses valeurs dans un espace attaché au groupe de symétrie (dans le dual de son algèbre de Lie); à la fonction moment est associé un objet mathématique spécifique, la *cohomologie symplectique*.

Dans le cas d’un système dynamique, le moment est une **constante du mouvement** ; ce résultat généralise des notions antérieures (hamiltonien, théorème variationnel d’Emmy Noether). Il joue un rôle important dans diverses branches de la mécanique : théorèmes

---

1 C’est sur cet ensemble des mouvements que travaille Lagrange dans sa Mécanique Analytique (*voir la réf.(95)*) ; une tradition remontant probablement à Hamilton suggère plutôt d’utiliser l’"espace de phases". Mais la définition même de l’espace de phases dépend du choix à chaque instant d’un référentiel ; il est donc inapte à décrire la simple relativité galiléenne.

C’est pourquoi nous adoptons le point de vue de Lagrange : la variété des mouvements est l’objet mathématique pertinent pour une étude relativiste ou globale de la mécanique.

généraux, réduction des systèmes partiellement symétriques (Marsden, Weinstein, Arnold), classification des systèmes complètement intégrables, etc. Il existe des applications à la mécanique céleste, comme le théorème dit de Robbin-Smale-Souriau sur les équilibres relatifs.

L'un des principes de la mécanique classique, c'est que le **groupe de Galilée** est groupe de symétrie de tout système dynamique isolé.

Il suffit d'admettre que cette symétrie *respecte la structure symplectique* pour obtenir tout un ensemble de résultats – à commencer par l'**égalité de l'action et de la réaction**, qui n'est plus un principe indépendant.

On obtient de même une caractérisation purement géométrique de la **masse** : c'est la mesure de la cohomologie symplectique de l'action du groupe de Galilée.

Compte tenu de cette remarque, on peut appliquer un théorème qui garantit que la variété des mouvements est le *produit cartésien* d'une variété de dimension 6 (les "mouvements du barycentre") par une variété réduite. Cette décomposition barycentrique s'applique aux grandeurs conservées : les 10 composantes du moment (**énergie**, **impulsion**, etc.) sont associées à 4 autres ; le moment cinétique est une somme : **moment orbital** + **moment propre** ; de même l'énergie se décompose en **énergie cinétique** + **énergie propre**.

Toutes ces particularités de la mécanique classique apparaissent ainsi comme des nécessités géométriques.

***

Ce cadre géométrique dépasse d'ailleurs la mécanique classique *stricto sensu* ; il permet par exemple de construire un modèle détaillé pour les **particules à spin**.

Il ne s'agit pas d'une toupie, mais d'un objet galiléen spécifique ; le spin se caractérise par un moment cinétique propre indépendant du mouvement.

Ainsi les particules à spin possèdent une description purement "classique", c'est-à-dire antérieure et sous-jacente à la mécanique quantique.

***

Réciproquement, certaines constantes du mouvement "accidentelles" s'associent à des symétries cachées ; ainsi en mécanique céleste le vecteur de Laplace-Lenz est lié à une symétrie assez mystérieuse de la **variété de Kepler** (réf.(65)), espace des mouvements liés d'un point matériel dans le champ coulombien. Pauli et Fock ont pressenti cette symétrie **O(4)** qui prolonge la symétrie naturelle **0(3)** ; j'ai pu la calculer exactement, ainsi que la symétrie du groupe conforme **0(4,2)**, associée aux grandeurs conservées définies par Bacry et Gyorgyi.

J'ai aussi pu construire un système complet d'intégrales premières analytiques globales du **problème à deux corps** (réf.(87)), qui restent régulières aussi bien lors des collisions que lors de la transition elliptique-hyperbolique ; elles plongent l'espace des mouvements dans une variété algébrique, dont le prolongement analytique complexe est encore symplectique.

***

Toutes les particularités de la **mécanique relativiste** s'obtiennent aussi à partir de la structure symplectique, en changeant simplement de symétrie (le groupe de Lorentz-Poincaré est substitué au groupe de Galilée). Le fait que la cohomologie symplectique soit désormais nulle explique la non-conservation de la masse en relativité ; il existe une procédure régulière de passage du moment galiléen au moment relativiste qui contient entre autres la relation d'Einstein $E=mc^2$; etc.

***

La structure symplectique a la remarquable propriété de pouvoir, dans certains cas, se reconstituer à partir de ses seules symétries (orbites de Kirillov-Kostant-Souriau) ; j'ai pu construire par cette technique des modèles mécaniques relativistes *a priori* pour les **particules élémentaires** ; la seule géométrie montre qu'elles doivent être caractérisées par une masse propre, un moment cinétique propre et, dans le cas de la masse nulle, une orientation spatiale. Les particules que l'on observe viennent s'inscrire dans ce schéma (exemple : les **photons**, dans leur état de polarisation circulaire gauche ou droite).

La **dynamique relativiste** de ces particules en résulte – notamment celle des particules à spin : **précession de spin**, **résonance magnétique**, équations de Bargman-Michel-Telegdi (avec une correction dont le niveau est inférieur à la précision des mesures).

***

L'expérience a fait découvrir d'autres grandeurs conservées attachées aux particules : spin isotopique, couleur, charme, etc.

En 1960 (réf.(27)), j'ai obtenu le premier modèle de l'**octet des baryons** construit à partir d'une représentation unitaire d'un **groupe de symétrie des interactions fortes** (le groupe **SO(8)**).

Le groupe **SU(3)** est un sous-groupe de **SO(8)** (via la représentation adjointe). C'est une représentation de ce groupe réduit qui a fourni en 1961 le modèle de Gell-Mann et Ne'eman ; le développement de cette voie a conduit successivement au *modèle des quarks*, puis à la *chromodynamique quantique*.

Dans de telles *théories de jauge*, le système dynamique est physiquement un multiplet de particules ; mathématiquement il est construit sur une variété symplectique, support des symétries (strictes ou approchées).

***

La structure symplectique reste pertinente pour la modélisation d'objets plus complexes ; ainsi la symétrie exceptionnelle de la variété de Kepler (voir ci-dessus) explique l'existence de "couches" dans les **atomes hydrogénoïdes** ; la fonction "moment" s'applique à l'étude des modèles collectifs (**modèles nucléaires en goutte** ; S. Sternberg) ; elle fournit une généralisation de la théorie de **Hartree-Fock** (Rosensteel et Rowe, 1981) ; etc.

Voir les références (16, 17, 27, 29, 31, 32, 33, 40, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 58, 62, 62, 65, 69, 87, 95) et, pour des exposés synthétiques, (50, 61, 91) ou (75, 84, 85).*

(3) Milieux continus, Mécanique statistique, Thermodynamique

J'ai développé à partir de 1970 une description de la matière (par un "tenseur-distribution eulérien") qui est valable aussi bien pour les **états condensés** que pour les **milieux continus** ; elle permet de traiter uniformément la dynamique des structures mécaniques à notre échelle (coques, plaques, poutres, cordes, etc.) et celle des particules – y compris les particules à spin. Cette description est complémentaire de celle qu'on obtient à partir des symétries symplectiques (§2).

Cette méthode s'applique en mécanique classique comme en relativité restreinte ou générale; elle structure les interactions de la matière avec le **champ électro-magnétique** comme avec le **champ gravitationnel** : dans le cas des particules, elle donne une interprétation géométrique de la masse, du spin, de la charge électrique, des moments magnétique et électrique. Jointe à la théorie de la mesure (voir §§ 3 et 4), elle décrit les effets statistiques : ainsi une répartition de particules à spin donne un modèle réaliste du magnétisme macroscopique : **aimantation**, **effet gyro-magnétique**, **magnétostriction**.

Cette méthode permet aussi de décrire le comportement individuel ou statistique des particules soumises à un **champ de jauge** (travaux de Duval, Weinstein, Guillemin-Sternberg).

Les équations obtenues ainsi sont en général **non-prédictives** (ce qui les différencie absolument de la description symplectique qui contient en elle-même les équations d'évolution) ; mais elles associent cependant des **grandeurs conservées** aux **symétries** du champ ; grandeurs non-noetheriennes donc.

***

Considérons maintenant un système dynamique isolé, décrit par une variété symplectique. Cette structure doit persister en présence d'un champ extérieur ; envisageons le cas gravitationnel.

Puisque le système est isolé, c'est qu'il n'est pas soumis à un champ de gravitation extérieur, que nous sommes donc dans les conditions de la relativité restreinte. Imaginons pourtant une perturbation infinitésimale des potentiels de gravitation dans une région bornée de l'espace-temps. Si le système traverse cette région, il subira une **diffusion gravitationnelle** qui pourra se décrire par une fonction "eikonal". En appliquant le **principe de relativité générale** (autrement dit, l'invariance de jauge gravitationnelle), on constate que l'eikonal définit un tenseur-distribution eulérien **T** dont le support est constitué des lignes d'univers des particules constituant le système ; chaque mouvement x est ainsi localisé dans l'espace-temps.

En dehors de la zone perturbée, la **fonction moment**

$$\Psi : x \mapsto m$$

est **factorisée** via la **localisation** :

$$x \mapsto q$$

en :

$$x \mapsto q \mapsto m$$

la fonction $q \mapsto m$ étant définie par les lois de conservation non noetheriennes indiquées ci-dessus.

Ce résultat abstrait va être une clef pour l'interprétation de la mécanique statistique.

***

En mécanique statistique classique, un **état** est constitué par une solution de l'**équation de Liouville** sur l'espace de phases (la fonction de répartition).

Cette définition se simplifie avec le point de vue de Lagrange : un état statistique est simplement une loi de probabilité ? sur l'espace des mouvements.

Utilisons la "localisation" $x \mapsto q$: par simple linéarité, la valeur moyenne de ? dans l'état statistique ? est encore un tenseur-distribution eulérien **T** ; si ? est assez lisse, **T** sera donc un tenseur symétrique solution des équations d'Euler-Einstein des milieux continus ; **T** donnera ainsi une interprétation spatio-temporelle de l'état statistique (en termes de **densité**, d'**impulsion spécifique** et de **contrainte**[1]).

Le lemme de factorisation ci-dessus montre que les grandeurs conservées non noethériennes associées au tenseur **T** sont les composantes de la valeur moyenne dans l'état ? de la variable moment : $m = \Psi(x)$.

Il s'agit donc aussi de la valeur moyenne du spectre du moment *m*, c'est-à-dire de l'image par ? de la mesure ?. Spectre qui, par construction, est une constante du mouvement.

***

Supposons maintenant que le système subisse, pendant un certain temps, un **processus dissipatif**.

L'expérience montre que le spectre du moment est modifié – le spectre de l'énergie, par exemple, semble "lissé" : l'état statistique lui-même a donc été modifié par la dissipation. Comment ? nous n'en savons rien.

Il n'est donc pas légitime d'invoquer le théorème mécanique des forces vives pour justifier quelque chose qui ressemblerait à la "conservation de l'énergie" en thermodynamique.

Mais la **relativité générale** va montrer que l'évolution dissipative ne peut pas modifier ces spectres *n'importe comment*.

En effet le tenseur **T**, que nous avons interprété dans les périodes non dissipatives comme caractéristique de la **susceptibilité** gravitationnelle, est en même temps source locale de ce champ de gravitation (le second membre des équations d'Einstein).

Or ce second membre existe encore pendant les périodes dissipatives – même si nous ne savons pas le calculer – et vérifie automatiquement les équations d'Euler (comme conséquence des identités de Bianchi appliquées au premier membre). **T** – qui avant et après la dissipation coïncide avec la valeur moyenne statistique du moment, possède donc une interpolation eulérienne pendant la dissipation.

---

1 D'où l'interprétation de la pression comme témoin du caractère stochastique de la vitesse – en théorie cinétique des gaz. La contrainte dans un milieu solide doit prendre en compte des effets quantiques.

Les grandeurs non noethériennes globalement conservées associées à **T** prennent les mêmes valeurs avant et après la dissipation – justement parce qu'elles sont conservées ; or nous savons que dans les deux états statistiques elles coïncident avec la valeur moyenne du moment. D'où le résultat:

Les **spectres** des dix composantes du moment sont généralement modifiés par les processus dissipatifs, mais les valeurs moyennes de ces dix spectres sont conservées[1].

Le premier de ces spectres, c'est celui de l'**énergie** ; la conservation de sa valeur moyenne, c'est très précisément le **premier principe de la thermodynamique**.

Ce principe est ainsi déchu de son statut primitif, et réduit à l'état de conséquence nécessaire de l'invariance de la structure symplectique dans les transformations de jauge gravitationnelles. De plus il est complété par 9 autres lois de conservation thermodynamiques.

Cette méthode dite du "Souriau Scattering" s'étend facilement au cas du champ électromagnétique (conservation de la charge électrique moyenne) ; il s'étend aussi au cas général des "champs de jauge" (Duval, Guillemin-Sternberg).

***

Le **second principe de la thermodynamique**, lui, est autonome : il indique que l'**entropie S** croît lors d'une dissipation ; il s'agit de l'entropie au sens de Clausius-Boltzmann, qui est une fonction de l'état statistique ?.

Si donc un état possède, **pour une valeur moyenne donnée du moment**, l'entropie la plus grande, il **ne pourra plus subir de dissipation**. Ces états, s'ils existent, représentent donc le **stade terminal** de la dissipation ; ils sont indexés par un paramètre ß, à valeurs dans l'algèbre de Lie du groupe de Lorentz-Poincaré ; ils généralisent les **états d'équilibre de Gibbs**, ß tenant le rôle de la **température**.

L'invariance par le groupe, et le fait que l'entropie **S** soit une fonction convexe de ß , leur imposent des conditions très strictes qui sont **universelles** – c'est-à-dire indépendantes du système considéré : pour une large classe de systèmes, par exemple, il existe nécessairement une **température critique** – au delà de laquelle aucun équilibre ne peut exister ; dans les cas où un équilibre existe, il est généralement constitué d'un **mouvement de rotation solide** autour du barycentre ; etc.

Ces résultats purement théoriques sont évidemment confirmés par de nombreux exemples astronomiques : la Terre et les étoiles tournent sur elles-mêmes ; l'évolution dissipative impose aux régions centrales des galaxies une rotation solide – qui peut elle-même conduire à une instabilité gravitationnelle de type "quasar" ; les relations de Clapeyron s'étendent aux grandeurs géométro-dynamiques[2] ; etc.

***

1 Ces valeurs moyennes sont donc "mémorisées" par le champ de gravitation.

2 Elles s'appliquent par exemple au couple moment d'inertie – vitesse de rotation.

On peut si l'on veut interpréter ß comme un vecteur d'espace-temps (c'est le "vecteur température de Planck"), donnant au tenseur métrique une dérivée de Lie nulle.

Ceci suggère de décrire les processus dissipatifs par un "vecteur température" qui n'est plus astreint à cette condition ; la dérivée de Lie correspondante de *g*, le "tenseur de friction", devenant la **source de la dissipation**.

On obtient ainsi un **modèle phénoménologique de milieu continu** présentant quelques caractéristiques intéressantes : vecteur température et courant d'entropie sont en dualité ; la production positive d'entropie est une conséquence des équations d'Einstein ; les relations de réciprocité d'Onsager sont généralisées ; dans le cas d'un fluide et dans l'approximation non relativiste, le modèle unifie **conduction de la chaleur** et **viscosité** (équations de Fourier et de Navier).

Voir ci-dessous (18, 20, 21, 28, 37, 44, 52, 53, 54, 55, 60, 62, 64, 66, 69, 74, 77, 80, 80*) et, pour des exposés synthétiques, (38, 5, 84).*

---

(4) Géométrie différentielle et physique quantique

Dans ses "Principles of Quantum Mechanics", Dirac considère un système dynamique classique ; il postule qu'on peut associer à chaque *observable* un *opérateur* sur un espace de Hilbert H – cette correspondance étant supposée linéaire et vérifiant certaines "conditions de commutation".

Pris à la lettre, ces principes ne peuvent avoir qu'une valeur heuristique : ils sont à la fois contradictoires (on doit les affaiblir pour obtenir une théorie cohérente) et incomplets (des hypothèses complémentaires implicites surgissent lorsque on les applique à des cas concrets).

La recherche d'une théorie mathématiquement cohérente et physiquement achevée - qui constituerait une "mécanique quantique rationnelle", c'est le programme de la **quantification géométrique**.

***

J'ai donné une construction qui résout le premier des "problèmes de Dirac" (en 1962 dans le cas d'un système lagrangien, en 1965 dans le cas général) ; on l'appelle aujourd'hui **préquantification**.

On considère un espace ? fibré en cercles au dessus de la variété X des mouvements ; muni d'une forme de connexion dont la courbure coïncide avec la forme symplectique de X (§2), ? s'appelle **variété quantique**.

On définit H comme un espace de fonctions sur ?, où se représente unitairement le groupe G des automorphismes de Ξ ; une observable classique ? s'identifie canoniquement à un sous-groupe à un paramètre G de G (c'est la réciproque symplectique du théorème de Noether) ; l'action infinitésimale de G sur H fournit l'opérateur associé à ?.

Une construction équivalente a été proposée et publiée ultérieurement par B. Kostant – avec une autre problématique.

***

Indépendamment du problème de Dirac, l'existence et l'unicité d'un tel fibré quantique est un problème géométrique global – dont la solution dépend des propriétés homologiques et homotopiques de l'espace des mouvements classiques. Ainsi :

- dans le cas d'une particule à spin, la préquantification n'est possible que **si ce spin est un multiple entier de** h/4p (h = constante de Planck) – ce qui est la règle expérimentale ;
- les variétés symplectiques associées aux multiplets de particules sont elles aussi préquantifiables ;
- un système de particules identiques possède exactement deux préquantifications – qui peuvent s'interpréter physiquement par les **statistiques de Bose-Einstein et de Fermi-Dirac** ;
- dans le cas d'une particule se déplaçant autour d'un conducteur rectiligne, il existe a priori une infinité continue de quantifications non équivalentes : celle qui est choisie par la nature se détermine expérimentalement par l'**effet Aharonov-Bohm** (P. Horvathy).

***

Tous ces faits suggèrent donc que la préquantification correspond à une réalité physique ; mais ils ne fournissent pas encore la clef permettant de donner un cadre rigoureux à la Mécanique quantique. Un premier progrès a été accompli en utilisant la structure appelée aujourd'hui **polarisation**, que j'avais introduite en 1953 pour interpréter le théorème de Jacobi (réf.(16)). J'ai pu, grâce à des polarisations, construire à partir des modèles symplectiques les **équations d'onde** des particules élémentaires libres (Schrödinger, Pauli, Dirac, Maxwell, Yang ; réf.(50)).

Kostant a pour sa part montré que des polarisations permettent de construire les représentations unitaires irréductibles de certains groupes de Lie.

J'ai aussi proposé un objet mathématique plus strict, le "polarisateur", qui semble exister effectivement dans le cas des variétés quantiques associées aux systèmes matériels (équations d'onde relativistes, multiplets de particules, etc. ; voir les travaux de C. Duval).

***

Mais le choix d'une polarisation brise la symétrie symplectique, même dans le cas le plus élémentaire, celui d'un système linéaire.

Pourtant dans ce cas, la symétrie devait pouvoir être sauvegardée : ceci résultait des travaux de Stone, Shale, André Weil, V. Bargman dans les années 60, qui ont montré l'existence d'une représentation unitaire répondant à la question. Comment décrire en détails cette structure abstraite avec les objets de la mécanique symplectique ?

J'ai résolu ce problème en 1975 (réf.(70)), en utilisant l'**indice de Maslov** – généralisation de l'indice de Morse précisée notamment par les travaux d'Arnold et de Leray. La **transformation de Fourier** entre deux n-plans en dualité peut être interpolée – en les considérant comme plans lagrangiens transverses d'un espace symplectique linéaire.

Mais la définition cohérente des phases dans les divers espaces se heurte à une difficulté ; il s'agit d'une *obstruction cohomologique*.

Cette obstruction se résout en remontant au revêtement de la variété des plans lagrangiens, où la "signature" de Leray devient le cobord de l'indice de Maslov. Ce qui fournit une représentation, non du groupe symplectique, mais de son **revêtement métaplectique** : la représentation abstraite de Shale-Weil devient explicite.

Cet algorithme a été utilisé ultérieurement pour construire des représentations d'autres groupes de Lie (G. Lion, M. Vergne).

Les problèmes de la mécanique quantique linéaire sont ainsi résolus ; par exemple l'équation de Schrödinger d'un oscillateur harmonique quelconque est intégrée explicitement, ce qui produit la **formule d'intégration de Feynman** (avec une correction qui est nécessaire au delà de la première demi-période du mouvement).

***

Dans les exemples précédents où la quantification a réussi, l'espace des mouvements était une orbite coadjointe d'un certain groupe de Lie. Mais il ne s'agit que d'objets exceptionnels : l'objet non élémentaire le plus courant, l'**atome d'hydrogène**, ne se modélise par une telle orbite que si on fait abstraction des mouvements non liés (on néglige par conséquent l'ionisation et le spectre continu).

Encore s'agit-il d'un modèle très schématique, où l'on néglige le **spin** et le **moment magnétique** du proton et de l'électron qui constituent l'atome.

J'ai construit en 1985 un modèle classique plus réaliste de l'hydrogène, qui prend en compte tous les types d'interaction électromagnétique (charge-charge, charge-aimant, aimant-aimant). Il s'agit d'une variété symplectique de dimension 16, sur laquelle agit naturellement le groupe de Galilée (modèle non relativiste donc) ; le théorème général de décomposition barycentrique (§2) permet de réduire son étude à celle d'une variété symplectique de dimension 10.

Ce modèle a été pris comme test des méthodes heuristiques de quantification par Duval, Elhadad et Tuynman (1987). On obtient ainsi tous les termes observés : **couplage spin-orbite** pour l'électron (structure fine) et pour le proton, couplage spin-spin (structure hyperfine), terme **diamagnétique**. Mais ces méthodes ne fournissent pas les bonnes valeurs numériques des coefficients – valeurs que l'expérience détermine pourtant avec une grande précision ; pire, les différentes méthodes se contredisent sur ce point : *même à l'approximation non-relativiste, fa physique quantique n'est pas encore capable de donner un modèle cohérent de l'atome d'hydrogène qui soit conforme à l'expérience.*

***

Il est donc tentant de se tourner vers les méthodes de quantification issues de la théorie des groupes – ce qui exige un élargissement du carde des groupes de Lie.

J'ai défini à cet effet la structure de "groupe différentiel" (1979), réanalysée ultérieurement en **espaces et groupes difféologiques**.

L'idée est d'alléger l'axiomatique des variétés, en remplaçant la notion de "carte" par celle de "plaque", pas nécessairement inversible, et qui ne met en jeu aucune dimension particulière. On obtient ainsi une catégorie "cartésienne fermée", dans laquelle les applications différentiables d'espaces difféologiques s'organisent elles-mêmes en espaces difféologiques.

Il se trouve que des théories importantes de la géométrie différentielle fonctionnent aussi bien dans ce cadre élargi – à condition bien entendu de les reformuler correctement :

homotopie des groupes, et plus généralement des espaces difféologiques (travaux de P. Donato et P. Iglesias) ; **fibrations** et **connexions** (P.Iglesias) ; **formes différentielles** à la Cartan – et en particulier formes invariantes des groupes sur lesquelles s'étend très naturellement la représentation "coadjointe" ; etc.

Cette "difféologie générale" **semble fournir** les objets de dimension infinie nécessaires à diverses théories physiques : ainsi l'ensemble des sections d'un espace fibré usuel ("champs") peut se munir d'une difféologie particulière, la "difféologie contrôlée", qui est bien adaptée à la formulation du **calcul des variations** ; les 1-formes de cet espace des champs ("répartitions") contiennent et généralisent les **distributions**.

Par exemple l'ensemble L des structures lorentziennes de la variété espace-temps X peut se munir de la difféologie contrôlée, ainsi que le groupe Diff(X) des difféomorphismes de X. L'action sur L de la composante connexe G de Diff(X) est une **fibration principale** (au sens difféologique !) dont la base H s'appellera **hyperespace**. Une 1-forme de L, c'est un tenseur-distribution ; pour que cette 1-forme soit basique, il faut et il suffit qu'elle soit eulérienne.

Ainsi se géométrise la dualité entre les "principes de conservation" de la mécanique (qui se formulent par le caractère eulérien de la répartition de matière) et le "principe de relativité" (qui postule l'inobservabilité de l'action du groupe de jauge gravitationnelle G) : matière et géométrie dans l'univers sont décrits par un seul point du cotangent de l'hyperespace H.

L'équation d'Einstein elle-même se formule par une 1-forme globale de H (fermée et exacte) à laquelle doit appartenir le couple matière-géométrie.

Cette interprétation se généralise à l'**électrodynamique** : la répartition de matière est associée à la répartition de courant et de charge électrique – de façon à prendre en compte la force électrostatique et la force de Laplace ; les 10 potentiels gravitationnels g_{mh} sont associés aux 4 potentiels électromagnétiques A_r ; les groupes de jauge gravitationnel et électromagnétique constituent un produit semi-direct ; les équations d'Einstein et de Maxwell couplées définissent encore une 1-forme fermée du nouvel hyperespace (*réf(97)*).

***

La difféologie permet aussi d'atteindre un autre types d'objets, dont la dimension n'est plus infinie, mais dont la topologie est grossière. C'est le cas du **tore de Denjoy-Poincaré** (quotient d'un tore usuel par un enroulement de pente irrationnelle), qui est pourtant un bon espace difféologique. Ses difféomorphismes, les fibrés dont il est la base, ont été classés ; cette classification met en jeu les **propriétés arithmétiques** de la pente (irrationnels quadratiques, diophantiens ; voir les travaux de Donato et Iglesias).

Ces constructions permettront peut-être de jeter un jour nouveau sur quelques problèmes de mécanique théorique.

***

Revenons au problème de la quantification géométrique.

Il se trouve que **toutes** les variétés symplectiques préquantifiables (celles donc qui modélisent un système physique concret) sont orbite coadjointe d'un groupe difféologique G.

Par extension des exemples réussis de quantification (particules élémentaires libres et groupe de Poincaré, systèmes linéaires et représentation métaplectique), on peut espérer décrire la physique quantique du système au moyen de certaines **représentations unitaires** d'un tel groupe.

Quelles sont les représentations convenables ? J'ai proposé en 1986 une définition des "**représentations quantiques**" ; elle est fondée sur l'axiomatique des "**états quantiques**"[1].

Un état quantique **m**, c'est une fonction complexe définie sur le groupe G, vérifiant un double jeu d'inégalités.

Ces axiomes garantissent d'abord l'**interprétation probabiliste** de la mécanique quantique : l'état **m** associe à toute "observable" de G une loi de probabilité ; dans le cas linéaire, les **relations d'incertitude de Heisenberg** sont assurées automatiquement.

L'ensemble des états quantiques possède une structure de **convexe faiblement compact** ; le théorème de Krein-Milman permet donc d'engendrer ce convexe par ses point extrémaux (**états quantiques purs**).

Grâce à la construction de Gelfand-Naimark-Segal, tout état quantique **m** peut se caractériser par le triplet d'un **espace de Hilbert** H, d'un **vecteur d'état** Ψ_0 dans H, et d'une **représentation unitaire** u de G sur H ; représentation qui peut elle-même être qualifiée de "quantique", en ce sens que tout vecteur unitaire ? de H définit un état quantique. Les représentations associées aux états quantiques purs sont **irréductibles**.

En faisant une hypothèse de continuité, on associe à chaque **observable** classique du groupe (définie par un sous-groupe à un paramètre) un **opérateur self-adjoint** de H (théorème de Stone). Ceci avec les propriétés suivantes :

- Pour chaque sous-groupe de Lie de G , la linéarité et les **relations de commutation** de Dirac sont vérifiées ;

- si un observable classique est borné, le **spectre** de l'opérateur associé admet les **mêmes bornes**.

La convexité de l'espace des états produit les états quantiques "**mélangés**" dont l'existence est nécessaire à la **thermodynamique quantique** (états de Gibbs) et à la **chimie quantique** (orbitales moléculaires, états de Gibbs au zéro absolu).

Les résultats précédents donnent ainsi un cadre mathématique cohérent pour les procédures usuelles de la mécanique quantique.

Encore faut-il qu'il existe **au moins un** état quantique : les autres se construisent par les méthodes de l'analyse harmonique non commutative.

Ce problème d'existence a été résolu – avec des conclusions conformes à la physique – dans quelques cas intéressants : effet Stern-Gerlach, modèle des quarks, groupe de Heisenberg en dimension finie ou infinie ; la recherche se poursuit dans ce domaine.

Voir sur ces questions le livre (50) et les articles (16, 17, 33, 40, 43, 46, 47, 48, 63, 70, 71, 72, 75, 82, 84, 85, 88, 92, 94, 96) ; ainsi que les thèses de Duval, Donato, Horvathy, Iglesias, Tuynman.

---

1 Cette axiomatique s'applique a priori à un cas plus large que celui des seules variétés symplectiques ; il existe par exemple une représentation quantique du groupe de Weyl-Heisenberg **en dimension infinie**.

(5) Astronomie et cosmologie

Les seuls modèles relativistes qui soient compatibles avec l'isotropie et l'homogénéité de l'univers sont les modèles de Friedmann (1922)[1]. Leur structure est compatible avec les propriétés thermodynamiques du rayonnement cosmologique à 3°K.

On peut tester ces modèles – et par conséquent déterminer dans une certaine mesure les paramètres qui y figurent – en utilisant les caractéristiques optiques des quasars.

En collaboration avec H.H. Fliche, j'ai étudié la corrélation de leur décalage spectral avec leur luminosité apparente ; ce qui a exigé une analyse critique des méthodes de photométrie et de colorimétrie.

L'ensemble des données disponibles est en accord avec un modèle à constante cosmologique et courbure positives. Ces paramètres ont été ainsi évalués [2] ; le modèle correspondant est compatible avec les autres tests cosmologiques disponibles (âge des étoiles et des galaxies, abondance des éléments légers, etc.).

Le même principe a été utilisé avec un échantillon de galaxies [3] ; la proximité relative de l'échantillon ne permet de mesurer ainsi que le paramètre de décélération q_0 ; le résultat est en accord avec le précédent, ce qui rend improbable un biais dû à un effet d'évolution[4].

***

L'**homogénéité** et l'**isotropie** d'un tel modèle sont assurés par l'existence d'un groupe d'isométries **O(4)**. Mais il est clair que l'univers réel ne possède cette symétrie qu'approximativement : à "petite" échelle (à l'échelle des superamas de galaxies), l'univers n'est plus homogène.

On peut aussi envisager un autre type de brisure de symétrie ; lié non à l'échelle, mais à la direction. Il s'agit d'une **anisotropie** éventuelle ; s'il en est ainsi, la répartition des objets dans le ciel n'aura plus tout-à-fait la symétrie sphérique, mais plutôt une symétrie de révolution[5].

---

1 Dits aussi modèles de "Friedmann-Lemaître" ou de "Robertson-Wallter".

2 $\Omega_0 = 0.1, q_0 = -1.15$. Il s'agit d'un modèle "fermé" (à courbure positive), avec big-bang et expansion irréversible (ce qui est possible parce que la constante cosmologique est positive).

3 Bigot, Fliche, Triay, travail à paraître.

4 Deux mécanismes d'évolution concernant des objets différents à des époques différentes devraient conspirer pour produire un même résultat.

5 De même la symétrie de révolution est une meilleure approximation que la symétrie sphérique pour les planètes telles que la Terre ou Jupiter.

J'ai testé cette éventualité en utilisant les angles de position d'un échantillon d'une centaine de galaxies. Angles de position des régions les plus lointaines, celles qu'on observe en radio-astronomie.

Ce travail, en collaboration avec H.H. Fliche, conduit à une conclusion très nette [1] : dans l'espace, les plans des galaxies ont une direction préférentielle : il existe donc un **pôle d'anisotropie**, déterminé par l'échantillon. Il est situé dans la constellation d'Orion ; sa distance au "pôle supergalactique" (20°) est significative.

Nous analysons actuellement la corrélation distance-décalage spectral dans un échantillon de 600 galaxies pour détecter une éventuelle anisotropie de ce type dans la cinématique des galaxies qui nous entourent (jusqu'à 40 Mpc).

***

Une étude antérieure de la répartition spatiale des quasars [2] m'avait permis de découvrir une **zone d'absence** grossièrement plane, épaisse de 100 Mpc environ, située à 3000 Mpc de nous.

L'échantillon utilisé à l'époque (Burbidge et al. (1977)) a été complété régulièrement depuis (Triay 1981 ; Véron 1985, Véron 1987) ; le nombre d'objets au voisinage de cette zone a augmenté de 500 % ; et cependant la zone d'absence a survécu à la présence des nouveaux objets - ce qui permet de penser qu'il s'agit d'une structure réelle, et non d'une coïncidence accidentelle[3].

Comment une telle zone aurait-elle pu se constituer et se maintenir durant l'expansion de l'Univers ? Une réponse simple pourrait être donnée par la "cosmologie symétrique" – alternative aux théories "grand unifiées" qui admet la symétrie rigoureuse matière-antimatière, et donc la présence dans l'univers de la même quantité des deux espèces.

Dans le cas d'un univers fermé (ayant la géométrie d'une hypersphère S^3), la répartition la plus stable vis à vis des réactions de dématérialisation est évidemment de part et d'autre d'un "hyper-équateur" qu'une telle zone d'absence pourrait baliser.

Cette hypothèse a été étudiée par Désert et Schatzman, qui ont montré sa compatibilité avec les observations. Le modèle qu'ils ont élaboré prévoit en particulier une épaisseur de l'ordre de 100 Mpc – proche de celle qui a été détectée.

Dans cette hypothèse, la répartition matière-antimatière serait le fossile dipolaire d'une forte anisotropie initiale de l'univers. La symétrie approximative **O(4)** serait un effet évolutif (dû à l'expansion) ; elle serait réduite en symétrie **O(3)** par la présence de la transition matière-antimatière [4].

1 L'effet est significatif à 100 000 000 contre 1.

2 A partir de 1979 ; collaboration avec H.H. Fliche et R. Triay.

3 Une étude approfondie (R.Triay) montre qu'aucun biais observationnel ne pourrait produire un effet de ce genre (un défaut de détection de certains décalages spectraux dans un intervalle étroit dépendant fortement de la direction de visée).

4 Ce groupe **O(3)** étant simplement le stabilisateur dans **O(4)** de l'équateur de S^3 .

Il se trouve que le pôle d’anisotropie induit dans le ciel par ce groupe ne se distingue pas de celui que désignent les angles de position des galaxies : il pourrait donc s’agir d’une anisotropie à l’échelle cosmologique – et pas seulement d’une anisotropie locale.

Voir ci-dessous (69, 73, 78, 79, 79, 83, 86, 86*, 89, 90, 93, 98).*

---

(6) Autres domaines de recherche

Théorie des nombres, Algèbre, Analyse

Analyse numérique et informatique

Relativité générale, théories unitaires, ondes gravitationnelles

Épistémologie et Histoire des sciences

Voir ci-dessous tes références :
(1, 2, 8, 11),
(4, 5, 7, 13),
(18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 28, 30, 35, 36, 37, 38, 39, 42, 52, 53, 54, 55, 57, 60, 62, 62*, 64, 66, 72, 74),
(34, 51, 56, 56*, 56**, 67, 75, 84, 85, 93, 95)

Publications

[1] **Généralisation de certaines formules arithmétiques d'inversion. Applications.** Revue Sci. (Rev. Rose Illus.), 82 :204–211, (1944).

[2] **Valeurs moyennes et transformation de Laplace.** C. R. Acad. Sci. Paris, 225 :25–26, (1947).

[3] **Une méthode générale de linéarisation des problèmes physiques.** L'Inform. des Sciences Physiques, 5, (1947).

[4] **Une méthode matricielle pour les calculs d'erreur.** Note technique 582-R6 19 OR, ONERA, (1948).

[5] **Une méthode pour la décomposition spectrale et l'inversion des matrices.** C. R. Acad. Sci. Paris, 227 :1010–1011, (1948).

[6] **Un critère de stabilité déduit du théorème de Sturm** (avec A. Herrmann). C. R. Acad. Sci. Paris, 228 :1183–1184, (1949).

[7] **Un critère de stabilité pour les équations caractéristiques à coefficients réels ou complexes** (avec A. Herrmann). Recherche Aéronautique, (9) :19–23, (1949).

[8] **Le calcul spinoriel et ses applications**. Recherche Aéronautique, (14) :3–8, (1950).

[9] **Extension de la méthode de Küssner aux profils épais** (avec J. Chastenet de Géry). C. R. Acad. Sci. Paris, 230 :1828–1830, (1950).

[10] **Extension de la méthode de Küssner aux profils épais** (avec J. Chastenet de Géry). Recherche Aéronautique, (17) :9–15, (1950).

[11] **Les calculs matriciel & spinoriel**. O. N. E. R. A. Publ., 42 :vi+27, (1950).

[12] **Une méthode générale de linéarisation des problèmes physiques**. In Actes du Colloque International de Mécanique, Poitiers, 1950. Tome IV., Publ. Sci. Tech. Ministère de l'Air, no. 261, pages 251–268. Tech. Ministère de l'Air, Paris, 1952. études sur la mécanique des solides, études sur la mécanique générale.

[13] **Théorie des erreurs en calcul matriciel** (avec R. Bonnard). Recherche Aéronautique, (19) :41–48, (1951).

[13*] **Error theory in matrix algebra** (avec R. Bonnard). Dept of Supply, Australian Def. Scientif. Service, transl. 21 (1963)

[14] **Sur le phénomène du lacet.** Rapport SNCF, Direction des Installations fixes (1951)

[15] **Sur la stabilité des avions** (Thèse de Doctorat ès Sciences.). O. N. E. R. A. Publ., 62 :vi+94, 1953.

[16] **Géométrie symplectique différentielle. Applications. In Géométrie différentielle.** Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, Strasbourg, 1953, pages 53–59. Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, (1953).

[17] **Equations canoniques et géométrie symplectique**. Pub. Sci. Univ. Alger. Sér. A., 1 :239–265 (1954).

[18] **Un schéma général pour la physique relativiste**. C. R. Acad. Sci. Paris, 244 :2779–2781, 1957.

[19] **Equations de Dirac en schéma relativiste général**. C. R. Acad. Sci. Paris, 245 :496–497, (1957).

[20] **Le tenseur impulsion-énergie en relativité variationnelle**. C. R. Acad. Sci. Paris, 245 :958–960, (1957).

[21] **La relativité variationnelle**. Publ. Sci. Univ. Alger. Sér. A, 5 :103–170, (1958).

[22] Jean-Marie Souriau. **La seconde invariance en relativité variationnelle**. C. R. Acad. Sci. Paris, 246 :3588–3590, 1958.

[23] Jean-Marie Souriau. **Une axiomatique relativiste pour la microphysique**. C. R. Acad. Sci. Paris, 247 :1559–1562, 1958.

[24] Jean-Marie Souriau. **Conséquences physiques d'une théorie unitaire**. C. R. Acad. Sci. Paris, 248 :1478–1480, 1959.

[25] Jean-Marie Souriau. **Relativité multidimensionnelle non stationnaire**. In Les théories relativistes de la gravitation (Royaumont, 1959), pages 293–297. éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1962.

[26] Jean-Marie Souriau. **Calcul linéaire**. "Euclide." Introduction aux études Scientifiques. Presses Universitaires de France, Paris, 1959.

[27] Jean-Marie Souriau. **Théorie algébrique des mésons et baryons**. C. R. Acad. Sci. Paris, 250 :2807–2809, 1960.

[28] Jean-Marie Souriau. **Matière parfaite en relativité générale**. In Sémin. Mécan. Anal. et Mécan. Céleste, volume 7 of année. Univ. de Paris, 1960.

[29] Jean-Marie Souriau. **Classification algébrique des particules élémentaires et des interactions**. C. R. Acad. Sci. Paris, 251 :1612–1614, 1960.

[30] Jean-Marie Souriau. **Univers abstraits et théories physiques**. multigraphié, Fac. Sc. Marseille, 1961. 87 pages.

[31] F. Halbwachs, J.-M. Souriau, and J. P. Vigier. **Le groupe d'invariance associé aux rotateurs relativistes et la théorie bilocale**. J. Phys. Radium, 22 :393–406, 1961.

[32] Jean-Marie Souriau and D. Kastler. **Cayley octonions and strong interactions**. In Confér. Intern. Part. Elémentaires, Aix-en-Provence, 1961.

[33] Jean-Marie Souriau. **Quantification canonique**. multigraphié, Fac. Sc. Marseille, 1962. 53 pages.

[34] Jean-Marie Souriau. **Où en est la relativité ?** Sciences, 19 :9–, 1962.

[35] Jean-Marie Souriau. **Equations d'onde en relativité pentadimensionnelle**. In Ann. Fac. Sc. Clermont, volume 8, pages 179–, Clermont-Ferrand, 1962. Colloque " Blaise Pascal ".

[36] Jean-Marie Souriau. **Equations d'onde à 5 dimensions**. volume 2 of $6^{\text{ième}}$ année. Sémin. Mécan. Anal. et Mécan. Céleste, Univ. de Paris, 1962.

[37] Jean-Marie Souriau. **Five-dimensional relativity**. Nuovo Cimento (10), 30 :565–578, 1963.

[38] Jean-Marie Souriau. **Géométrie et relativité**. Enseignement des Sciences, VI. Hermann, Paris, 1964.

[39] Jean-Marie Souriau. **Prolongements du champ de Schwarzschild**. Bull. Soc. Math. France, 93 :193–207, 1965.

[40] Jean-Marie Souriau. **Géométrie de l'espace des phases, calcul des variations et mécaniaue quantique**. multigraphié, Fac. Sc. Marseille, 1965. 159 pages.

[41] Jean-Marie Souriau. **Calcul linéaire**. Tome. II. "Euclide". Introduction aux études Scientifiques. Presses Universitaires de France, Paris, 1965. édition chez Jacques Gabay en 1992.

[42] Jean-Marie Souriau. **Interprétation des interactions électromagnétiques des bosons grâce à des termes non stationnaires en relativité à 5 dimensions**. In Prof. S. N. Bose's 70^{th} Birthday Comemoration Volume, volume 2, pages 187–198, 1966.

[43] Jean-Marie Souriau. **Quantification géométrique**. Comm. Math. Phys., 1 :374–398, 1966.

[44] Jean-Marie Souriau. **Définition covariante des équilibre thermodynamiques**. Suppl. Nuov. Cimento, 1(4) :203–216, 1966.

[45] Jean-Marie Souriau. **Dynamical groups and spherical potentials in classical mechanics**. Comm. Math. Phys., 3 :323–333, 1966.

[46] Jean-Marie Souriau. **Modèles classsiques quantifiables pour les particules élémentaires**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 263 :1191–, 1966.

[47] Jean-Marie Souriau. **Quantification géométrique**. Applications. Ann. Inst. H. Poincaré Sect. A (N.S.), 6 :311–341, 1967.

[48] Jean-Marie Souriau. **Modèles classsiques quantifiables pour les particules élémentaire**s **(II)**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 265 :165–, 1967.

[49] Jean-Marie Souriau. **Réalisations d'algèbres de lie au moyen de variables dynamiques**. Nuov. Cimento, 10(49) :197–198, 1967.

[50] Jean-Marie Souriau. **Structure des systèmes dynamiques**. Maîtrises de mathématiques. Dunod, Paris, 1970.

[51] Jean-Marie Souriau. **Matière et géométrie**. L'Age de la science, 2 :87–104, 1969.

[52] Jean-Marie Souriau. **Mécanique relativiste des fils**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 270 :A731–A732, 1970.

[53] Jean-Marie Souriau. **Sur le mouvement des particules à spin en relativité générale**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 271 :751–, 1970.

[54] Jean-Marie Souriau. **Sur le mouvement des particules dans le champ électromagnétique**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 271 :1086–, 1970.

[55] Jean-Marie Souriau. **Gravitational acceleration of spinning particules**. multigraphié, Centre de Physique Théorique de Marseille, 1970.

[56] Jean-Marie Souriau. **L'évolution des modèles mathématiques en mécanique et en physique**. Bull. Assoc. Professeurs de Mathématiques, 276 :369–377, 1970. Voir également Bull. Union des Physiciens et Bull. Assoc. Professeurs de Philosophie.

[56*] (Même article) - Bull. Union des Physiciens

[56**] (Même article) - Bull. Assoc. Professeurs de Philosophie

[57] Jean-Marie Souriau. **Cours de relativité générale**. multigraphié, Univ. de Provence, 1971. Recueilli par A. Pellet (200 pages).

[58] Jean-Marie Souriau. **Variétés symplectique et cohomologie en mécanique**. In Rencontres Math. Phys., volume 8, Univ. Lyon-Villeurbanne, 1971. Dept. de Math.

[59] Jean-Marie Souriau. **Géométrie symplectique**. receuilli par J. Elhadad, Ec. Norm. Sup. de Pise et Univ. de Perugia, 1971.

[60] Duval, Christian ; Fliche, Henri-Hugues ; Souriau, Jean-Marie **Un modèle de particule à spin dans le champ gravitationnel et électromagnétique**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B 274 (1972), A1082–A1084.

[61] **Mécanique analytique** (avec F. Halbwachs) - Encycl. Universalis 10, p.653657 (1972)

[62] **Modèle de particule à spin dans le champ électromagnétique et gravitationnel** - Rencontres de Strasbourg, RCP 25, 18 (1972)

[62*] **Modèle de particule à spin dans le champ électromagnétique et gravitationnel**. Ann. Inst. H. Poincaré Sect. A (N.S.), 20 :315–364, 1974. Rencontres de Strasbourg, RCP 25, 18 (1972).

[63] **Indice de Maslov des variétés lagrangiennes orientables**. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, 276 :A1025–1026, (1973).

[64] **Du bon usage des élastiques**. In Journ. relat., Clermont-Ferrand, 1973. 20 pages.

[65] **Sur la variété de Képler**. In Symposia Mathematica, Vol. XIV (Convegno di Geometria Simplettica e Fisica Matematica, INDAM, Rome, 1973), pages 343–360. Academic Press, London, 1974.

[66] **Le milieu élastique soumis aux ondes gravitationnelles**. In Ondes et radiations gravitationnelles (Colloq. Internat. CNRS, No. 220, Paris, 1973), pages 243–256. Centre Nat. Recherche Sci., Paris, 1974. Avec discussion.

[67] **Science et Science-Fiction** - La Recherche, 49, p.854-865 (1974)

[68] **Géométrie symplectique et physique mathématique**. J-M Souriau ed^r - éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1975. Colloque International C.N.R.S., tenu à Aix-en-Provence, 24–28 juin 1974, Avec une préface par Jean-Marie Souriau, Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, No. 237.

[69] **Mécanique statistique, groupes de Lie et cosmologie**. In Géométrie symplectique et physique mathématique (Colloq. Internat. CNRS No. 237, Aix-en-Provence, 1974), pages 59–113. éditions Centre Nat. Recherche Sci., Paris, 1975. With questions by S. Sternberg and K. Bleuler and replies by the author.

[70] **Construction explicite de l'indice de Maslov. Applications**. In Group theoretical methods in physics (Fourth Internat. Colloq., Nijmegen, 1975), pages 117–148. Lecture Notes in Phys., Vol. 50. Springer, Berlin, 1976.

[71] **Interprétation géométrique des états quantiques**. In Differential geometrical methods in mathematical physics (Proc. Sympos., Univ. Bonn, Bonn, 1975), pages 76–96. Lecture Notes in Math., Vol. 570. Springer, Berlin, 1977.

[72] **Geometric quantization and general relativity**. In R. Ruffini, editor, Marcel Grossmann Meeting on general Relativity, pages 89–99, Trieste, 1975. North-Holland.

[73] **Faut-il prendre au sérieux la constante cosmologique ?** In Journ. Relativistes, Publ. Univ. libre de Bruxelles, pages 215–229, Bruxelles, 1977.

[74] **Thermodynamique relativiste des fluides**. Rend. Sem. Mat. Univ. e Politec. Torino, 35 :21–34 (1978), 1976/77.

[75] **Géométrie symplectique et physique mathématique**. In SMF, editor, Colloquium Soc. Math. de France, volume 10 of Gazette des Mathématiciens, page 9066133, 1978.

[76] **L'indice de maslov.** cours recueilli par V. Marino et L. Gualandri, fascicule 191, 1978.

[77] **Thermodynamique et géométrie**. In Differential geometrical methods in mathematical physics, II (Proc. Conf., Univ. Bonn, Bonn, 1977), volume 676 of Lecture Notes in Math., pages 369–397. Springer, Berlin, 1978.

[78] **Quasars et cosmologie** (avec H. H. Flische). Astr. and Astrophysics, 78 :87–99, 1979.

[79] **Stratification de l'univers**. J. Relativ. 1979, Angers, 43 pages (1980)

[79*] **Stratification de l'univers**. In Einstein : 1879–1955 (Paris, 1979), pages 197–239.

CNRS, Paris, 1980. J. Relativ. 1979, Angers, 43 pages.

[80] **Le chaud, le froid et la géométrie** (avec P. Iglesias), Journ. Relativ. 1980, Caen - Publ. Univ. Caen, p.143-178 (1980)

[80*] **Heat, cold and geometry** (avec P. Iglesias). In Differential geometry and mathematical physics (Liège, 1980/Leuven, 1981), volume 3 of Math. Phys. Stud., pages 37–68. Reidel, Dordrecht, 1983. Le chaud, le froid et la géométrie (avec P. Iglesias), Journ. Relativ. 1980, Caen - Publ. Univ. Caen, 143–178 (1980).

[81] **Méthodes de Géométrie différentielle en Physique Mathématique**. J-M Souriau ed^{r} - volume 836 of Lect. Notes in Math., Aix-en-Provence, 1979. Springer. 262 pages.

[82] **Groupes différentiels**. In Differential geometrical methods in mathematical physics (Proc. Conf., Aix-en-Provence/Salamanca, 1979), volume 836 of Lecture Notes in Math., pages 91–128. Springer, Berlin, 1980.

[83] **A possible large-scale anisotropy of the universe** (avec H. H. Flische, et R. Triay). Astr. and Astrophysics, 108 :8256–264, 1982.

[84] **Physique et Géométrie**, pages 343–364. Fresnel, 1982.

[85] **Physics and geometry**. Found. Phys., 13(1) :133–151, 1983.

[86] **Un modèle d'univers confronté aux observations**. Cours d'astrophysique de Goutelas 1981, multigraphié (1983).

[86*] **Un modèle d'univers confronté aux observations**. In Dynamics and processes (Bielefeld, 1981), volume 1031 of Lecture Notes in Math., pages 114–160. Springer, Berlin, 1983.

[87] **Géométrie globale du problème à deux corps**. In Proceedings of the IUTAM-ISIMM symposium on modern developments in analytical mechanics, Vol. I (Torino, 1982), volume 117, pages 369–418, 1983.

[88] **Groupes différentiels et physique mathématique**. In South Rhone seminar on geometry, II (Lyon, 1983), Travaux en Cours, pages 73–119. Hermann, Paris, 1984.

[89] **Les régions externes des galaxies ne sont pas orientées au hasard** (avec H. H. Flische). In Mardirossian, Giuricin, and Mezzetti, editors, Meeting on Clusters and groups of Galaxies, 1983, Trieste, 1984. Reidel.

[90] **Parallélisme des halos de galaxies et des nébulosités associées aux Q.S.O** (avec H. H. Flische). Journées Relativ. 1983, Turin, Pitagora, 1985.

[91] **Mécanique classique et géométrie symplectique**. In Singularities, foliations and Hamiltonian mechanics (Balaruc, 1985), Travaux en Cours, pages 53–91. Hermann, Paris, 1985.

[92] **Un algorithme générateur de structures quantiques**. Astérisque, (Numero Hors Serie) :341–399, 1985. The mathematical heritage of élie Cartan (Lyon, 1984).

[93] **Les symétries de l'Univers**. C. R. Acad. Sci. Sér. Gén. Vie Sci., 2(3) :213–242, 1985. exposé devant l'Académie des Sciences, 1984.

[94] **Electromécanique galiléenne**. In Géométrie et physique (Marseille-Luminy, 1985), volume 21 of Travaux en Cours, pages 197–211. Hermann, Paris, 1987. Journées relativistes 1985, CIRM, Marseille (Ed. Kerner).

[95] **La structure symplectique de la mécanique décrite par Lagrange en 1811**. Math. Sci. Humaines, (94) :45–54, 1986.

[96] **Interactions galiléennes aimant-charge**. In Stochastic processes and their applications in mathematics and physics (Bielefeld, 1985), volume 61 of Math. Appl., pages 357–373. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1990.

[97] **Quantification géométrique**. In Physique quantique et géométrie (Paris, 1986), volume 32 of Travaux en Cours, pages 141–193. Hermann, Paris, 1988.

[98] **Calcul difféologique et dynamique**. In Publications de l'Université de Chambéry, Université de Chambéry, 1988. Journées relativistes de Chambéry, 1987.

[99] **A propos du livre "timescape" de Gregory Benford**. Science-fiction, 1987.

[100] **Etude statistique des angles de position d'un échantillon de galaxies observées en radio-astronomie** (avec H. H. Flische). volume 13, pages 43–47, LAPP Annecy, 1988. Rencontre sur la masse cachée dans l'univers et la matière noire, 1987.

[101] **Des principes géométriques pour la mécanique quantique**. Act. Acad. Sc. Taurin, 124(Suppl.) :296–306, 1990. Exposé au colloque du Collège de France : "La Macanique Analytique de Lagrange et son héritage".

[102] **Do externals regions of galaxies have a common orientation ?** (avec H. H. Flische) Astron. and Astrophysics, 233 :317–324, 1990.

[103] **Is our environment stratified ?** (avec H. H. Flische) Phys. Letters A, 144(6-7) :306–315, 1990.

[104] **Le nombre d'or et le système solaire**. Prétirage CPT 2296, 1989.

[105] **Grammaire de la nature**. Ouvrage de vulgarisation et de philosophie scientifique, à paraître ...